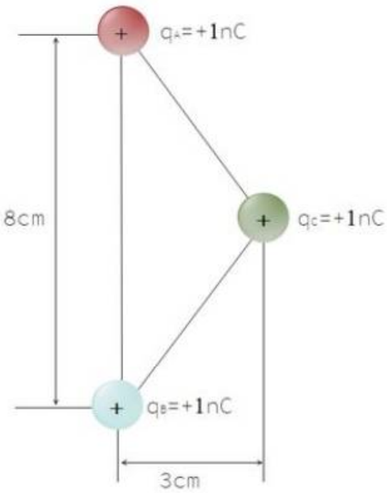
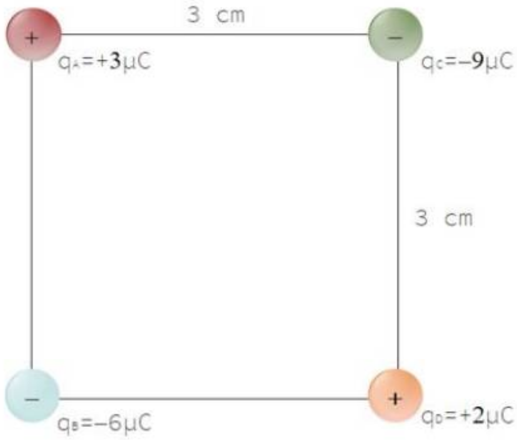
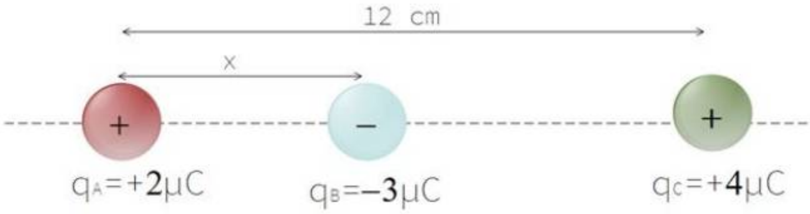
Force électrostatique

Exercices progressifs &t solutions







$$F_E = k\frac{|q_A| \cdot |q_B|}{d^2}$$

J. COLAUX

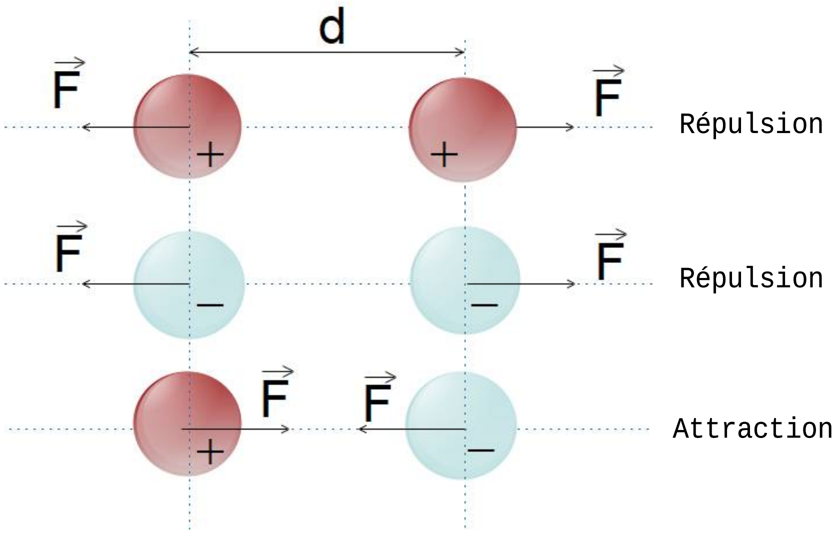
RAPPEL

1. La loi de Coulomb permet de déterminer l'intensité de la force électrostatique réciproque existant entre deux charges séparées d'une distance d (ne pas oublier de considérer la valeur absolue des charges) :

$$F_{él} = k\frac{|q_1 \cdot q_2|}{d^2}$$

k est la constante électrique, elle vaut $9.10^9\,(\mathrm{Nm^2/C^2})$ dans le vide et dans l'air
q est la valeur de la charge électrique en Coulomb (C)
d est la distance qui sépare les deux charges, exprimée **en mètre, obligatoirement !** (m)

2. Pour déterminer le sens des forces, il faut regarder le signe des deux charges et en déduire s'il s'agit d'une répulsion ou d'une attraction



Il faut également :

- Connaitre la valeur de la charge élémentaire : $e = q_{p+} = |q_{e-}| = 1{,}602 \,.\, 10^{-19} C$
- En déduire que la charge portée par un objet est donnée par $Q = n \cdot e$ avec n, un nombre entier.

1. **Si on arrache un milliard d'électrons à un objet, initialement neutre, quelle charge porte-t-il ?**

L'objet est initialement neutre parce qu'il possède autant de protons que d'électrons. Si on lui arrache 1.10^9 électrons, il se retrouve avec autant de protons en excès et donc avec une charge nette positive donnée par ;

$$Q = n \cdot e = 1.10^9 \cdot 1{,}602.10^{-19} = 1{,}602.10^{-10}\ C$$

Entraine-toi avec l'exercice n°2

2. Si on dépose un million d'électrons à un objet, initialement neutre, quelle charge porte-t-il ?

3. **Compare l'intensité de la force gravifique ressentie entre deux protons avec la force électrique. Quelle conclusion peux-tu en tirer ? ($m_p = 1{,}67.10^{-27}\ kg$). Attention, une calculatrice est nécessaire pour résoudre cet exercice.**

On nous parle d'une part d'une force gravifique attractive ressentie entre deux masses connues et, d'autre part, d'une force électrostatique ressentie entre deux charges connues. On applique respectivement la loi de la gravitation universelle et la loi de Coulomb :

$$F_g = G\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} = 6{,}67.10^{-11}\frac{1{,}67.10^{-27} \cdot 1{,}67.10^{-27}}{d^2} = \frac{1{,}86.10^{-64}}{d^2}\ N$$

$$F_E = k\frac{|q_1| \cdot |q_2|}{d^2} = 9.10^9\frac{1{,}602.10^{-19} \cdot 1{,}602.10^{-19}}{d^2} = \frac{2{,}31.10^{-28}}{d^2}\ N$$

Remarquons que la force gravifique est attractive (elle l'est toujours), tandis que la force électrostatique est répulsive puisque les deux protons portent chacun une charge positive.

Il nous faut ensuite comparer ces deux forces :

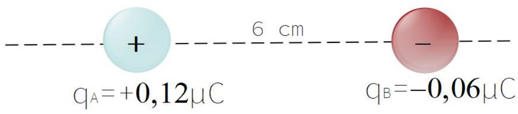
$$\frac{F_E}{F_g} = \frac{\frac{2{,}31.10^{-28}}{d^2}}{\frac{1{,}86.10^{-64}}{d^2}} = \frac{2{,}31.10^{-28}}{1{,}86.10^{-64}} = 1{,}2.10^{36}$$

La force électrique étant $1{,}2.10^{36}$ fois plus grande que la force gravifique, quand il s'agira d'exercices concernant des forces entre protons ou électrons), on pourra (sauf indication contraire) négliger la force gravifique et ne considérer que la force électrostatique.

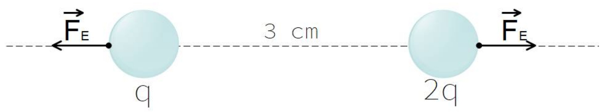
Entraine-toi avec les exercices n°4 et 5

4. Dans la molécule H_2, les deux protons sont séparés par une distance de $0{,}74.10^{-10}$ m. Quelle force électrique exercent-ils l'un sur l'autre ? Attention, une calculatrice est nécessaire pour résoudre cet exercice.

5. Deux sphères métalliques portant respectivement des charges de $0{,}12\ \mu C$ et de $-0{,}06\ \mu C$ sont distantes de $6\ cm$. Caractérise la force électrostatique qui s'exerce entre ces deux sphères. Si on double la charge de $-0{,}06\ \mu C$, que devient cette force ?



6. **Deux boules de polystyrène se trouvent à $3\ cm$ l'une de l'autre et se repoussent avec une force électrique de $0{,}2N$. Trouver les valeurs des deux charges sachant que l'une des boules a une charge qui correspond au double de l'autre.**



Il est toujours question d'une force entre deux charges électriques, on peut donc appliquer la loi de Coulomb, mais cette fois, on connait la valeur de F_E et pas les charges. On peut écrire :

$$0{,}2 = 9.10^9 \frac{|q|\cdot|2q|}{(3.10^{-2})^2} = \cancel{9}.10^9 \frac{|2q^2|}{\cancel{9}.10^{-4}}$$

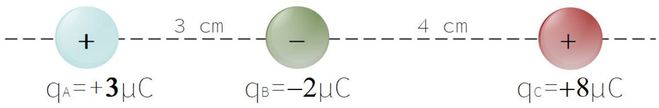
$$\Rightarrow |2q^2| = \frac{0{,}2.10^{-4}}{10^9} \Leftrightarrow |q| = \sqrt{\frac{\cancel{2}.10^{-5}}{\cancel{2}\cdot 10^9}} = \sqrt{10^{-14}} = 10^{-7}C = 0{,}1\ \mu C$$

Comme il s'agit, par ailleurs, d'une force répulsive, les charges valent $q_1 = +0{,}1\ \mu C$ et $q_2 = +0{,}2\ \mu C$ ou $q_1 = -0{,}1\ \mu C$ et $q_2 = -0{,}2\ \mu C$

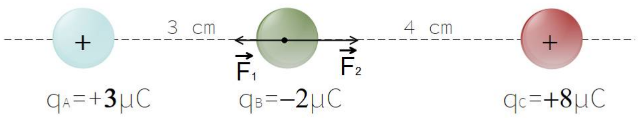
Entraine-toi avec l'exercice 7

7. Deux boules de polystyrène se trouvent s'attirent avec une force électrique de $8N$. La première boule porte une charge $q_1 = +0{,}1\ \mu C$, tandis que la seconde porte une charge $q_2 = -0{,}08\ \mu C$. Quelle distance sépare les deux sphères ?

8. **Trois charges ponctuelles sont situées sur une droite. Trouver la force électrique résultante exercée sur la charge centrale de $-2\mu C$.**



C'est le premier exercice avec 3 charges. Dans ce cas, il existe une action réciproque entre chaque couple de charges. Chaque charge est donc soumise à deux forces (en provenance de ses 2 voisines). La charge centrale est attirée par la charge de $+3\mu C$, appelons cette force $\vec{F}_1$, elle est orientée vers la gauche, puisque q_A attire q_B. La charge centrale est également attirée par la charge de $+8\mu C$, appelons cette force $\vec{F}_2$, elle est orientée vers la droite, puisque q_C attire q_B.



Attention : une erreur fréquente consiste à représenter les forces sur les mauvaises charges. Identifiez bien dans l'énoncé la charge dont il est question ! Il est évident que la force $\vec{F}_1$ possède son action réciproque qui est orientée vers la droite sur la 1ère charge (puisque puisque q_B attire q_A), tandis que la force $\vec{F}_2$ possède son action réciproque qui est orientée vers la gauche sur la 3ème charge (puisque puisque q_B attire q_C). Nous étudions uniquement la charge centrale, nous ne représentons donc que les forces qui agissent sur cette charge pour ne pas encombrer le schéma inutilement !

$$F_1 = k\frac{|q_A|\cdot|q_B|}{d^2} = \cancel{9}.10^9\,\frac{3.10^{-6}\cdot 2.10^{-6}}{(\cancel{3}.10^{-2})^2} = 60N$$

$$F_2 = k\frac{|q_B|\cdot|q_C|}{d^2} = 9.10^9\,\frac{2.10^{-6}\cdot 8.10^{-6}}{(4.10^{-2})^2} = 9.10^9\,\frac{\cancel{16}.10^{-12}}{\cancel{16}.10^{-4}} = 90N$$

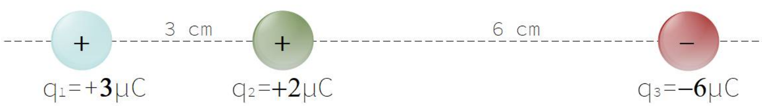
Il faut ensuite calculer la force résultante. **Attention, c'est encore une source d'erreurs. Les forces sont des entités vectorielles, quand il s'agit de les additionner, leur valeur importe mais également leur sens.** Si on compte comme positives les composantes scalaires des forces qui agissent vers la droite et négatives celles qui agissent vers la gauche, on obtient :

$$-F_1 + F_2 = -60 + 90 = +30N$$

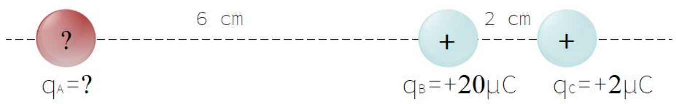
La charge centrale est donc soumise à une force de 30N orientée vers la droite.

Entraine-toi avec l'exercice 9 !

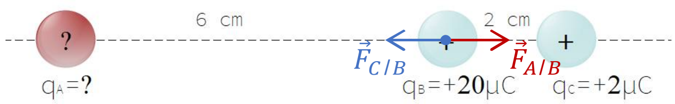
9. Trois charges ponctuelles sont situées sur une droite. Trouver la force électrique **résultante** exercée sur la charge q_3



10. **Soient trois charges ponctuelles positives. Si $q_B = +20\mu C$ et que $q_C = +2\mu C$, que doit valoir q_A pour que la force résultante agissant sur q_B soit nulle ?**



Pour que la force résultante sur q_B soit nulle, il faut que les deux forces issues de q_A et de q_C soient de sens opposés et d'égale intensité. Connaissant le signe de q_B et de q_C, on sait que ces deux charges se repoussent et que q_C exerce sur q_B une force orientée vers la gauche. Il faudra donc que q_A exerce sur q_B une force orientée vers la droite. Ces deux charges doivent donc se repousser, puisque q_B est positive, il faudra que q_A soit positive également.



Il y a deux façons de résoudre cet exercice :

- Soit on exprime que la grandeur de $\vec{F}_{A/B}$ doit être égale à la grandeur de $\vec{F}_{C/B}$, à l'aide de la loi de Coulomb :

$$9.10^9 \frac{|q_A| \cdot 20.10^{-6}}{(6.10^{-2})^2} = 9.10^9 \frac{20.10^{-6} \cdot 2.10^{-6}}{(2.10^{-2})^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|q_A|}{6^2} = \frac{2.10^{-6}}{2^2}$$

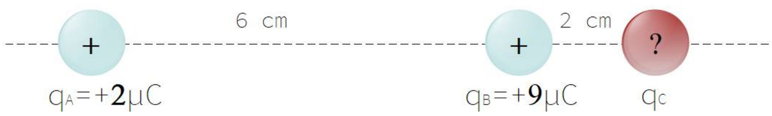
$$\Rightarrow |q_A| = \frac{2.10^{-6} \cdot 36}{4} = 18.10^{-6} = 18\mu C$$

- Soit, on voit que la distance entre q_B et q_A est 3 fois plus grande qu'entre q_C et q_B. Etant donné que la distance intervient au carré, c'est donc un facteur 9 qu'il faudra compenser. Comme la charge q_A est plus éloignée, il faudra qu'elle soit 9 fois plus intense que la charge q_C. On a donc : $q_A = 9q_C = 18\mu C$

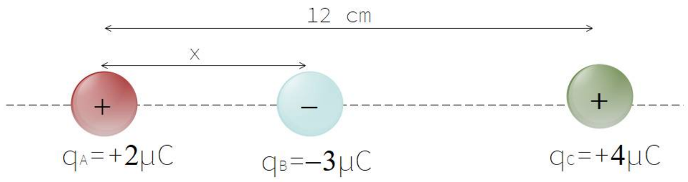
Il est évident que la seconde technique est beaucoup plus rapide !

Entraine-toi avec les questions 11 et 12 !

11. Soient trois charges ponctuelles. Si $q_A = +2\mu C$ et que $q_B = +9\mu C$, que doit valoir q_C pour que la force résultante agissant sur q_A soit nulle ?

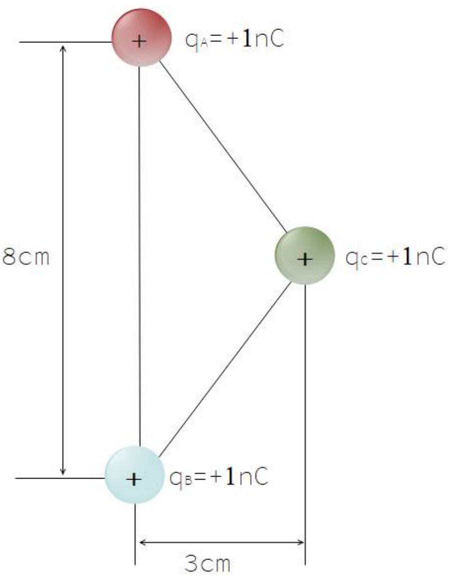


12. La charge ponctuelle de $-3\mu C$ est située entre 2 charges positives. Que doit valoir la distance x pour que la charge de $-3\mu C$ soit en équilibre ?

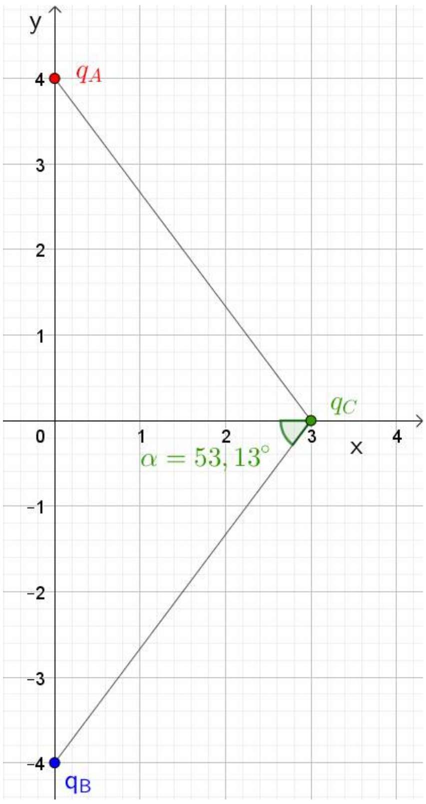


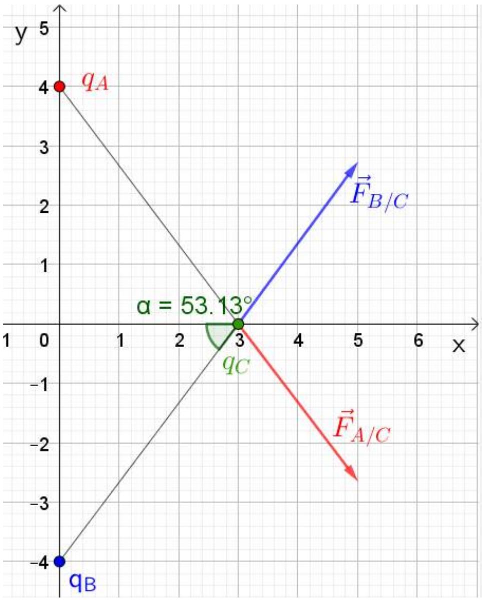
Il nous reste un dernier type d'exercices à comprendre. Il s'agit toujours de trouver des forces résultantes mais en composant des vecteurs force qui n'agissent plus nécessairement selon la même direction. C'est l'objet des dernières questions de ce cahier d'exercices.

13. Soit l'agencement des 3 charges ponctuelles identiques (q=1nC) comme illustré ci-contre. Caractérise l'orientation de la force résultante agissant sur q_C, puis calcule sa valeur numérique. Pour info : $cos(52,13°) = 0,6$



Redessinons l'agencement des charges dans un repère (x, y). On obtient :



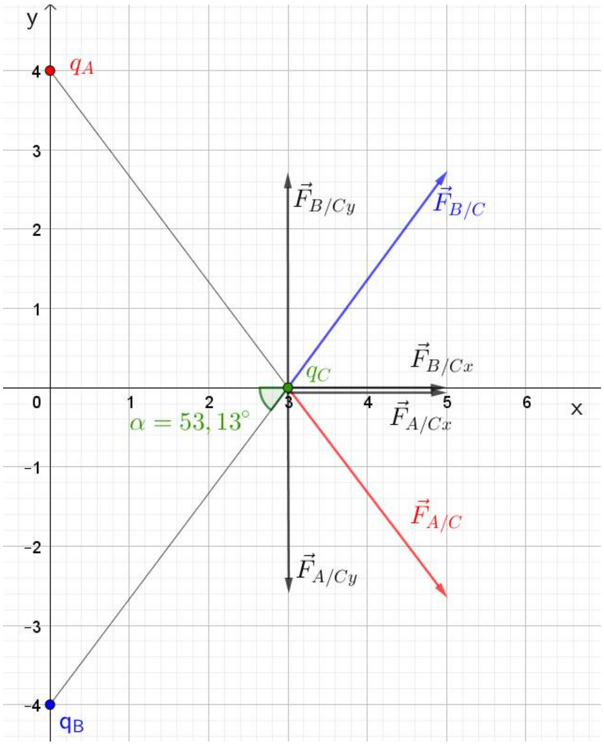


Les 3 charges sont identiques, ainsi que les distances $d(q_A - q_C)$ et $d(q_B - q_C)$. La force $\vec{F}_{A/C}$ (répulsive) a donc la même valeur que la force $\vec{F}_{B/C}$ (répulsive). On imagine facilement que la résultante de ces deux forces est parfaitement horizontale et orientée vers la droite.

Déterminons la valeur de la force résultante via la loi de Coulomb. Calculons d'abord les distances :

$$d(q_A - q_C) = d(q_B - q_C) = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25}\, cm$$
$$= 5\,.\,10^{-2} m$$

$$F_{A/C} = F_{B/C} = 9.10^9 \frac{1.10^{-9} \cdot 1.10^{-9}}{(5\,.\,10^{-2})^2} = \frac{9.10^{-9}}{25.10^{-4}} = \frac{36}{100}.10^{-5} = 3{,}6.10^{-6} N$$



Pour additionner les vecteurs $\vec{F}_{A/C}$ et $\vec{F}_{B/C}$, il faut les décomposer dans les directions (x, y). Il est évident que la composante $\vec{F}_{A/C\,y}$ annule la composante $\vec{F}_{B/C\,y}$ puisqu'elles sont identiques.

Il reste donc à additionner les composantes horizontales des deux forces. On a :

$$F_{B/C\,x} = F_{B/C} \cdot cos(53{,}13°) = 3{,}6.10^{-6} \cdot 0{,}6$$
$$= 2{,}16.10^{-6}\text{N}$$

Idem pour $F_{A/C\,x}$

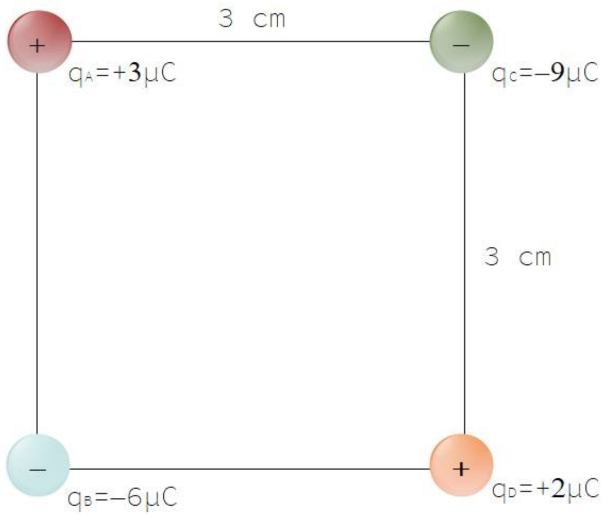
On obtient donc :

$$F_{tot} = F_{B/C\,x} + F_{A/C\,x} = 2 \cdot 2{,}16.10^{-6} = \mathbf{4{,}32.10^{-6} N}$$

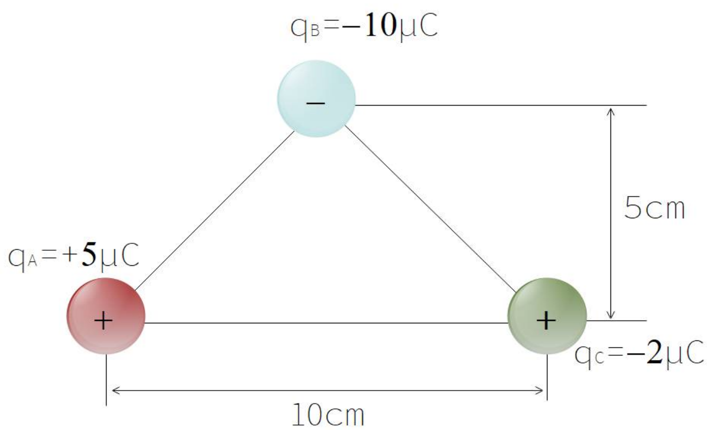
Qui est une force parfaitement horizontale et exercée vers la droite.

Entraine-toi avec les questions 14 et 15 !

14. Soit la configuration de charges ponctuelles suivante. Détermine la force résultante sur la charge q_D de 2µC. Calculatrice nécessaire !



15. Soit la configuration de charges ponctuelles suivante. Détermine la force résultante sur la charge q_B de $-10\mu C$. Calculatrice nécessaire !




HELP

Solution de l'exercice 2

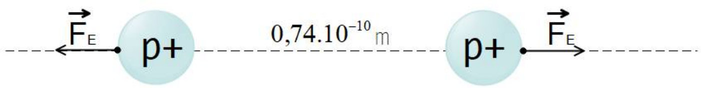
Si on dépose un million d'électrons à un objet, initialement neutre, quelle charge porte-t-il ?

L'objet est initialement neutre parce qu'il possède autant de protons que d'électrons. Si on lui ajoute 1.10^6 électrons, il se retrouve avec autant d'électrons en excès et donc avec une charge nette négative donnée par ;

$$Q = n \cdot e = 1.10^6 \cdot -1{,}602.10^{-19} = -1{,}602.10^{-13}\ C$$

Solution de l'exercice 4

Dans la molécule H_2, les deux protons sont séparés par une distance de $0{,}74.10^{-10}$ m. Quelle force électrique exercent-ils l'un sur l'autre ?

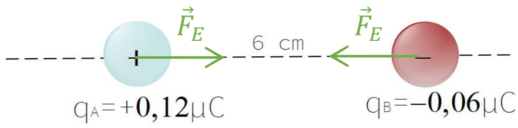


Il s'agit d'une force répulsive entre deux charges positives connues. Il faut appliquer la loi de Coulomb pour en connaitre la valeur :

$$F_E = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{d^2} = 9\cdot10^9\frac{(1{,}602\cdot10^{-19})^2}{(0{,}74.10^{-10})^2} = 4{,}2.10^{-8}\ N$$

Solution de l'exercice 5

Deux sphères métalliques portant respectivement des charges de $0{,}12\ \mu C$ et de $-0{,}06\ \mu C$ sont distantes de $6\ cm$. Caractérise la force électrostatique qui s'exerce entre ces deux sphères. Si on double la charge de $-0{,}06\ \mu C$, que devient cette force ?



Il s'agit d'une force attractive entre deux charges connues de signes opposés. Il faut appliquer la loi de Coulomb pour en connaitre la valeur. **Attention : une erreur fréquente est d'oublier de convertir la distance en mètre : $6cm = 0{,}06m = 6.10^{-2}m$. Je te conseille aussi d'exprimer les distance en exposant scientifique, c'est une bonne habitude à prendre et c'est plus simple pour simplifier l'expression de la force !**

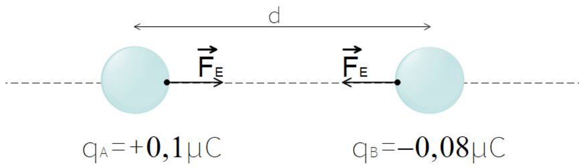
$$F_E = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{d^2} = 9\cdot10^9\frac{0{,}12\cdot10^{-6}\cdot0{,}06\cdot10^{-6}}{(6.10^{-2})^2} = 9\cdot10^9\frac{12\cdot10^{-8}\cdot6\cdot10^{-8}}{36.10^{-4}}$$

$$F_E = 18.10^9\cdot\frac{10^{-16}}{10^{-4}} = 0{,}018\ N$$

Si on double une seule des deux charges, la force est également doublée et elle vaut alors 0,036N. Il suffit d'appliquer la loi de Coulomb pour s'en convaincre.

Solution de l'exercice 7

Deux boules de polystyrène s'attirent avec une force électrique de $8N$. La première boule porte une charge $q_1 = +0{,}1\ \mu C$, tandis que la seconde porte une charge $q_2 = -0{,}08\ \mu C$. Quelle distance sépare les deux sphères ?



Il s'agit d'une force attractive entre deux charges de signes opposés et on demande la distance qui les sépare. On peut appliquer la loi de Coulomb qui fait intervenir cette distance.

$$F_E = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{d^2} \Leftrightarrow 8 = 9\cdot 10^9\frac{0{,}1\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}08\cdot 10^{-6}}{\mathrm{d}^2}$$

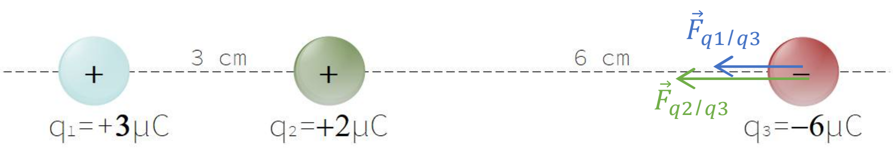
$$\Leftrightarrow \cancel{8} = 9\cdot 10^9\frac{1\cdot 10^{-7}\cdot \cancel{8}\cdot 10^{-8}}{\mathrm{d}^2}$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{9\cdot 10^{-6}}{\mathrm{d}^2} \Rightarrow d = \sqrt{9\cdot 10^{-6}} = 3\cdot 10^{-3}\mathrm{m} = 3\mathrm{mm}$$

Rmq : la distance est toujours exprimée en (m) dans la loi de Coulomb.

Solution de l'exercice 9

Trois charges ponctuelles sont situées sur une droite. Trouver la force électrique **résultante**, issue des deux autres charges, exercée sur la charge q_3



La force électrique existant entre q_1 et q_3 est attractive. La force qui agit sur q_3 est donc orientée vers la gauche. La valeur de cette force est donnée par la loi de Coulomb :

$$F_{q1/q3} = 9.10^9\frac{3.10^{-6}\cdot 6.10^{-6}}{(9.10^{-2})^2} = 2.10^1 = 20N$$

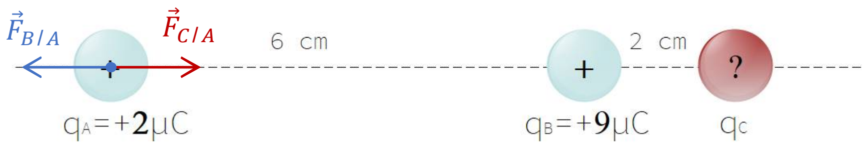
La force électrique existant entre q_2 et q_3 est également attractive. La force qui agit sur q_3 est aussi orientée vers la gauche. La valeur de cette force est donnée par la loi de Coulomb :

$$F_{q2/q3} = 9.10^9\frac{2.10^{-6}\cdot 6.10^{-6}}{(6.10^{-2})^2} = 3.10^1 = 30N$$

Les deux vecteurs force agissent dans le même sens sur la charge q_3, il suffit de les additionner. La charge q_3 est donc soumise à une force résultante de 50N orientée vers la gauche.

Solution de l'exercice 11

Soient trois charges ponctuelles. Si $q_A = +2\mu C$ et que $q_B = +9\mu C$, que doit valoir q_C pour que la force résultante **sur q_A** soit nulle ?



Comme pour l'exercice précédent, il faut que la force résultante sur q_A soit nulle, il faut donc que les deux forces issues de q_B et de q_C soient de sens opposés et d'égale intensité. Les deux premières charges (q_A et q_B) sont positives, la force exercée par q_B sur q_A est donc répulsive : elle est orientée vers la gauche. Il faudra que la force exercée par q_C sur q_A soit orientée vers la droite. Elle doit donc être attractive et q_C devra être une charge négative.

Il y a toujours deux façons de résoudre cet exercice :

- Soit on exprime que la grandeur de $\vec{F}_{B/A}$ doit être égale à la grandeur de $\vec{F}_{C/A}$, à l'aide des lois de Coulomb :

$$9.10^9 \frac{2.10^{-6} \cdot 9.10^{-6}}{(6.10^{-2})^2} = 9.10^9 \frac{|q_C| \cdot 2.10^{-6}}{(8.10^{-2})^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9.10^{-6}}{36} = \frac{|q_C|}{64}$$

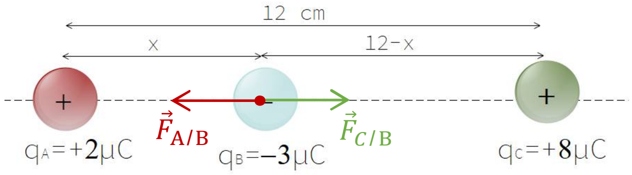
$$\Rightarrow |q_C| = \frac{9.10^{-6} \cdot 64}{36} = 16.10^{-6} = 16\ \mu C$$

- Soit, on voit que la distance entre q_C et q_A $(8cm)$ est plus grande d'un facteur 4/3 que la distance entre q_A et q_B $(6cm)$. En effet, on a : $8 = \frac{4}{3}6$ (puisque pour obtenir 8 à partir de 6, il faut diviser par 3 puis multiplier par 4).
  La distance intervenant au carré dans la loi de Coulomb, il faudra alors un facteur $\frac{16}{9}$ pour compenser les forces. Comme la charge q_C est plus éloignée, il faudra qu'elle soit $\frac{16}{9}$ fois plus intense que la charge q_B.

  On a donc : $q_C = \frac{16}{9} q_B = \frac{16}{9} 9 = 16\mu C$

Solution de l'exercice 12

La charge ponctuelle de $-3\mu C$ est située entre 2 charges positives. Que doit valoir la distance x pour que la charge de $-3\mu C$ soit en équilibre ?



On connait ici le signe des 3 charges et la charge centrale est en attraction électrostatique avec ses deux voisines. Les forces sont donc bien opposées, on peut les dessiner.

Il y a deux façons de résoudre cet exercice :

- Soit on exprime que la grandeur de $\vec{F}_{A/B}$ doit être égale à la grandeur de $\vec{F}_{C/B}$, à l'aide des lois de Coulomb :

$$9.10^9 \frac{2.10^{-6} \cdot 3.10^{-6}}{x^2} = 9.10^9 \frac{3.10^{-6} \cdot 8.10^{-6}}{(12-x)^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(12-x)^2}$$

En appliquant l'identité remarquable, on obtient :

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{144 - 24x + x^2}$$

En effectuant le produit en croix, on a :

$$\Leftrightarrow 144 - 24x + x^2 = 4x^2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 24x - 144 = 0$$

Il s'agit de résoudre une équation du second degré en x :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-24 \pm \sqrt{24^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-144)}}{2 \cdot 3} = 4$$

Il y a donc 4 cm entre les deux premières charges et $12 - 4 = 8cm$ entre les deux dernières.

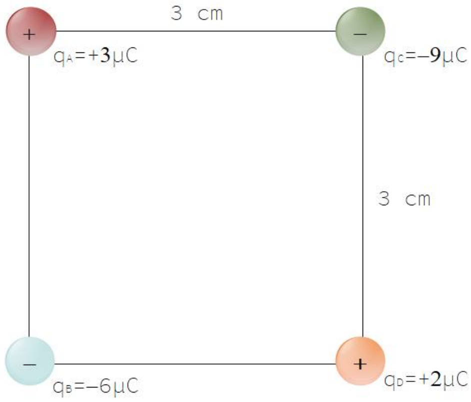
- Soit, on voit que la charge q_C est 4 fois plus grande que la charge q_A. C'est donc un facteur 4 qu'il faudra compenser grâce aux distances qui interviennent au carré. Comme la charge q_C est la plus grande, il faudra qu'elle soit 2 fois plus éloignée de la charge q_B que la charge q_A. On devine aisément que x vaudra 4cm et qu'il faudra mettre 8 cm entre les charges q_B et q_C. Si ce n'est pas évident, on peut encore s'aider des mathématiques. On sait que la charge q_C devra être 2 fois plus éloignée de la charge q_B que la charge q_A. Autrement dit, il faut que la distance $12 - x$ (distance entre q_B et q_C) soit deux fois plus grande que la distance x (distance entre q_A et q_B) :

$$12 - x = 2x \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{3} = 4cm$$

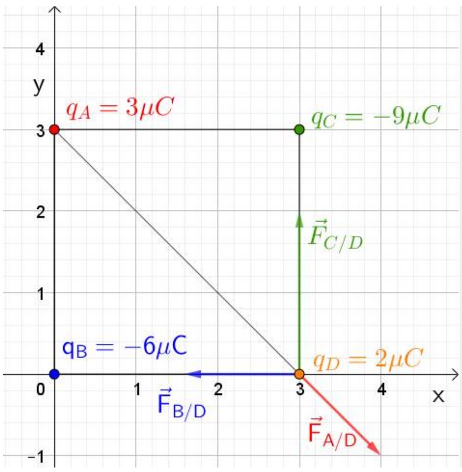
Il est évident que la seconde solution est, une fois encore, bien plus simple et rapide !

Solution de l'exercice 14

Soit la configuration de charges ponctuelles suivante. Détermine la force résultante sur la charge q_D de 2µC. Calculatrice nécessaire !



Redessinons l'agencement des charges dans un repère (x, y). On obtient :



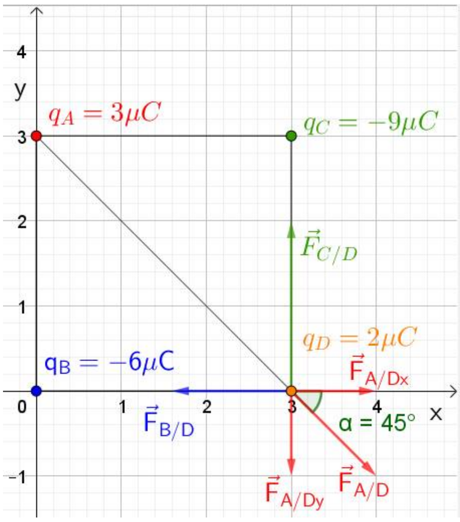
Il faut commencer par dessiner les vecteurs force sur q_D en tenant compte du signe des charges (attraction ou répulsion), puis on peut calculer leur valeur par la loi de Coulomb.

$$F_{A/D} = 9.10^9 \frac{3.10^{-6} \cdot 2.10^{-6}}{(\sqrt{18}\,.10^{-2})^2} = 9.10^9 \frac{6.10^{-12}}{18.10^{-4}} = 30N$$

$$F_{B/D} = 9.10^9 \frac{6.10^{-6} \cdot 2.10^{-6}}{(3\,.10^{-2})^2} = 9.10^9 \frac{12.10^{-12}}{9.10^{-4}} = 120N$$

$$F_{C/D} = 9.10^9 \frac{9.10^{-6} \cdot 2.10^{-6}}{(3\,.10^{-2})^2} = 9.10^9 \frac{18.10^{-12}}{9.10^{-4}} = 180N$$

Il faut ensuite additionner vectoriellement les 3 forces qui agissent dans des directions différentes, il faut donc décomposer $\vec{F}_{A/D}$.qui agit entre les directions x et y.



L'angle est de 45° puisqu'on travaille avec un carré.

On peut donc écrire :

$$F_{A/Dx} = F_{A/D} \cdot cos(45°) = 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$F_{A/Dy} = F_{A/D} \cdot sin(45°) = 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Si on observe la charge q_D, on voit qu'elle est soumise à deux forces horizontales : $\vec{F}_{A/Dx}$ et $\vec{F}_{B/D}$. Si on compte les composantes scalaires positives pour les vecteurs orientés vers la droite, la force résultante le long de X vaut :

$$F_{tot\ X} = -120 + 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -98{,}8\ N$$

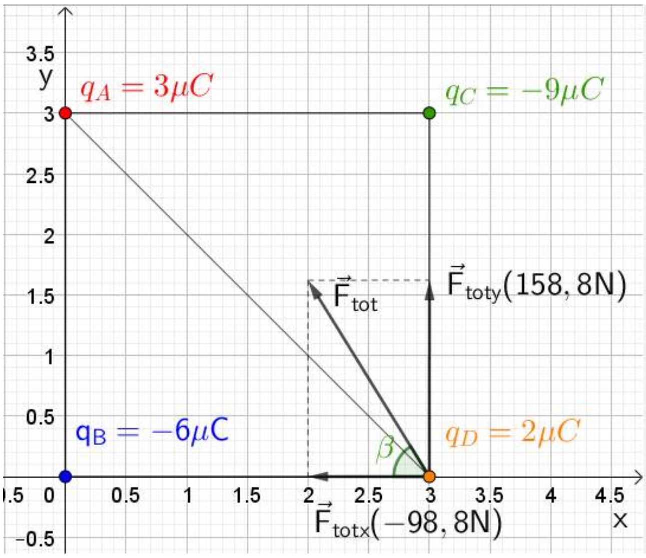
La composante horizontale de la force résultante est donc orientée vers la gauche.

La charge q_D est soumise à deux forces verticales : $\vec{F}_{C/D}$ et $\vec{F}_{A/Dy}$. Si on compte les composantes scalaires positives pour les vecteurs orientés vers le haut, la force résultante le long de Y vaut :

$$F_{tot\,Y} = +180 - 30 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = +158{,}8\,N$$

La composante verticale de la force résultante est donc orientée vers le haut.

On peut redessiner la situation de la façon suivante :



On utilise finalement Pythagore pour trouver la valeur de la force résultante :

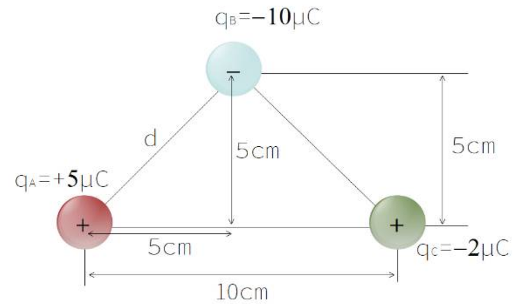
$$F_{tot} = \sqrt{F_{tot\,x}^2 + F_{tot\,y}^2} = \sqrt{98{,}8^2 + 158{,}8^2} = 187N$$

Pour caractériser un vecteur, il nous reste à donner son orientation. On la trouve par la trigonométrie :

$$\beta = tan^{-1}\left(\frac{F_{tot,y}}{F_{tot,x}}\right) = tan^{-1}\left(\frac{158{,}8}{98{,}8}\right) = 58{,}1°$$

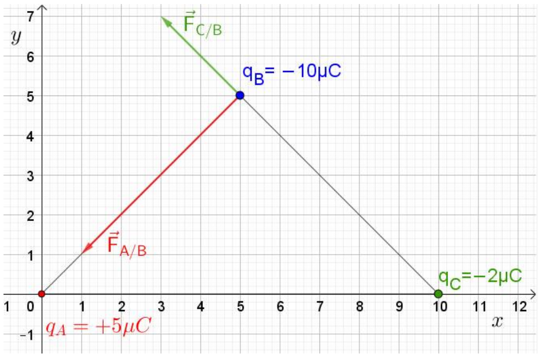
Solution de l'exercice 15

Soit la configuration de charges suivante. Détermine la force résultante sur la charge q_B de $-10\mu C$.



$$d = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50}\ \text{cm} = \sqrt{50}\,.\,10^{-2}\ \text{cm}$$

Redessinons l'agencement des charges dans un repère (x, y). On obtient :

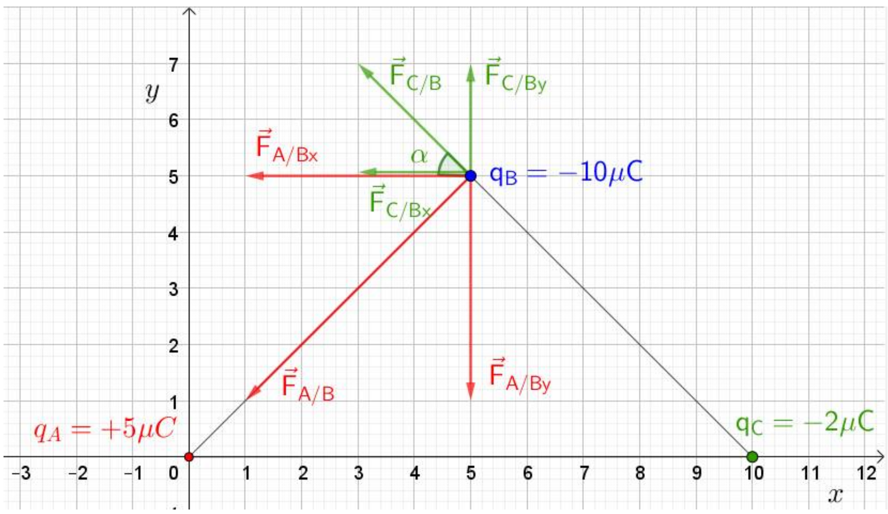


q_B est soumise à l'influence des deux charges : attraction avec q_A et répulsion avec q_C :

$$F_{A/B} = 9.10^9 \frac{5.10^{-6} \cdot 10.10^{-6}}{(\sqrt{50}\,.\,10^{-2})^2} = 9.10^9 \frac{50.10^{-12}}{50.10^{-4}} = 90N$$

$$F_{C/B} = 9.10^9 \frac{2.10^{-6} \cdot 10.10^{-6}}{(\sqrt{50}\,.\,10^{-2})^2} = 9.10^9 \frac{20.10^{-12}}{50.10^{-4}} = 36N$$

Il faut ensuite additionner vectoriellement les 2 forces qui agissent dans des directions différentes, il faut les décomposer le long des directions x et y.



L'angle α est de 45° puisqu'on travaille avec un triangle isocèle.

On peut donc écrire :

$$F_{C/Bx} = F_{C/B} \cdot cos(45°) = 36 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\ \text{N} \qquad F_{A/Bx} = F_{A/B} \cdot cos(45°) = 90 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\ \text{N}$$

$$F_{C/By} = F_{C/B} \cdot \sin(45°) = 36 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\ \text{N} \qquad F_{A/By} = F_{A/B} \cdot \sin(45°) = 90 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\ \text{N}$$

Si on observe la charge q_{B}, on voit qu'elle est soumise à deux forces horizontales : $\vec{F}_{\mathrm{C/B}x}$ et $\vec{F}_{\mathrm{A/Bx}}$. Si on compte les composantes scalaires positives pour les vecteurs orientés vers la droite, la force résultante le long de X vaut :

$$F_{tot\ X} = -36 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 90 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -126 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -89{,}1\ N$$

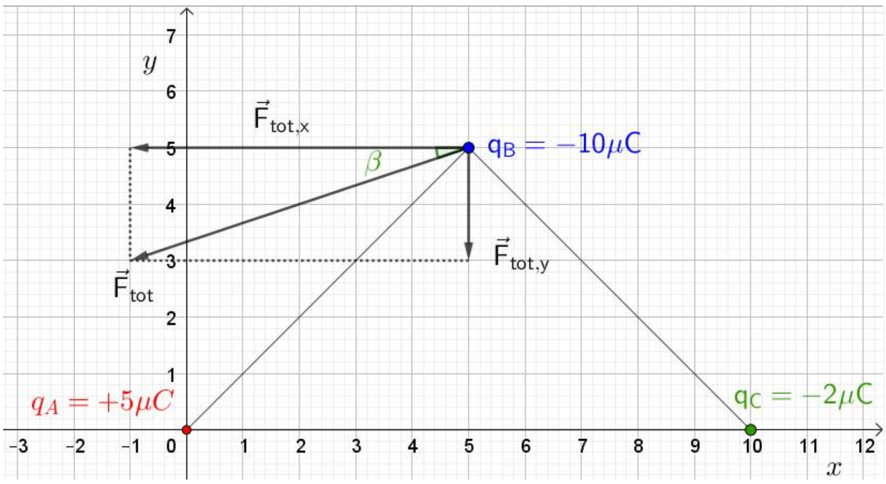
La composante horizontale de la force résultante est donc orientée vers la gauche.

La charge q_{B} est soumise à deux forces verticales : $\vec{F}_{C/\mathrm{B}y}$ et $\vec{F}_{A/\mathrm{B}y}$. Si on compte les composantes scalaires positives pour les vecteurs orientés vers le haut, la force résultante le long de Y vaut :

$$F_{tot\ Y} = +36 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 90 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -54 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -38{,}2\ N$$

La composante verticale de la force résultante est donc orientée vers le bas.

On peut redessiner la situation de la façon suivante :



On utilise finalement Pythagore pour trouver la valeur de la force résultante :

$$F_{tot} = \sqrt{F_{tot,x}^2 + F_{tot,y}^2} = \sqrt{89{,}1^2 + 38{,}2^2} = 97N$$

Pour caractériser un vecteur, il nous reste à donner son orientation. On la trouve par la trigonométrie :

$$\beta = tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{F_{tot,y}}}{\mathrm{F_{tot,x}}}\right) = tan^{-1}\left(\frac{38{,}2}{89{,}1}\right) = 23{,}2°$$