Le MRU

Solutions des exercices

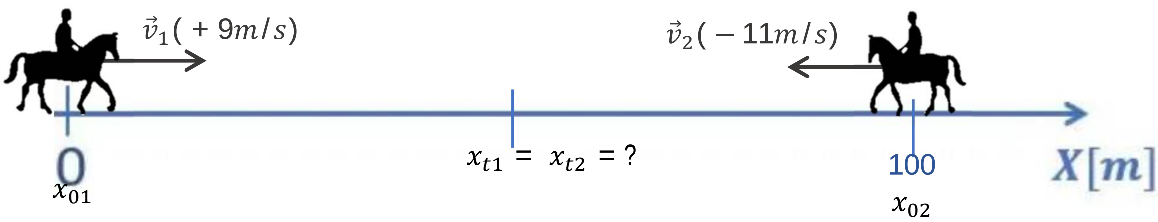
J. COLAUX

1. Un automobiliste fatigué s'endort au volant pendant 3 secondes en roulant sur une voie rapide à la vitesse de 108 km/h. Quelle est la distance qu'il aura parcourue pendant ce temps ?

$t = 3s$
$v = 108\ km/h = 30\ m/s$
$x_t = ?$

$$x_t = x_0 + v \cdot t = 0 + 30 \cdot 3 = 90\ m$$

2. Au Moyen Age, lors d'un tournoi de chevalerie, deux cavaliers s'affrontent dans un face à face, lance à la main. Ils sont séparés d'une distance de 100 m au départ et s'élancent simultanément l'un vers l'autre. Le plus lent progresse à la vitesse de 32,4 km/h et l'autre va à sa rencontre à la vitesse moyenne de 39,6 km/h. Déterminez graphiquement et algébriquement, le lieu du choc et la durée de la course avant celui-ci.



<u>Algébriquement :</u>

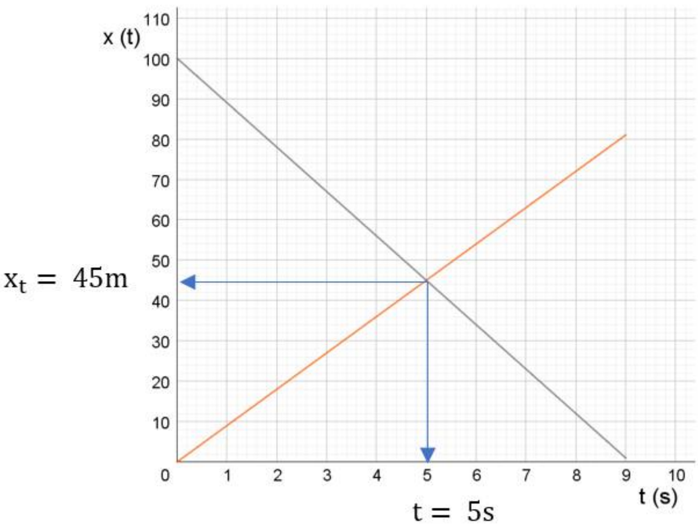
$x_{t1} = x_{01} + v_1 \cdot t = 0 + 9t$

$x_{t2} = x_{02} + v_2 \cdot t = 100 - 11t$

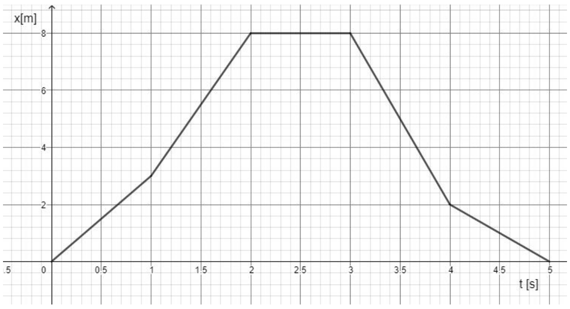
Rencontre $x_{t1} = x_{t2} \Leftrightarrow 9t = 100 - 11t \Rightarrow t = 5s$
$\Rightarrow x_{t1} = x_{t2} = 9.5 = 45m$

$\Rightarrow \Delta x_1 = 45 - 0 = 45m$
$\Rightarrow \Delta x_2 = 45 - 100 = -55m$ càd 55m dans le sens opposé au référentiel.

<u>Graphiquement :</u>



3. Le graphique ci-contre représente les 5 étapes (A à E) du voyage d'un cycliste. Durant quelle(s) étape(s)...

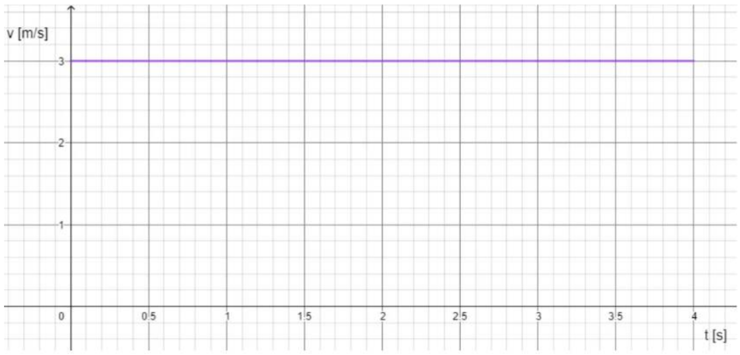


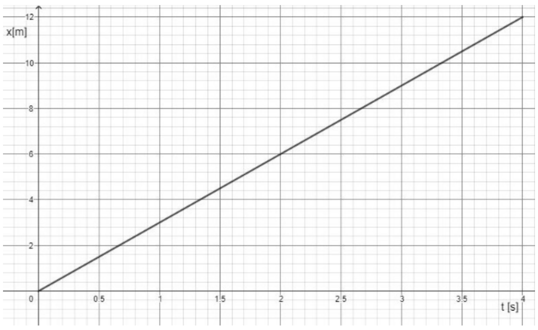
a) sa vitesse est-elle positive ?
b) sa vitesse est-elle nulle ?
c) sa vitesse est-elle négative ?
d) sa vitesse a-t-elle la plus grande valeur positive ?
e) le cycliste roule-t-il le plus vite ?
f) la plus grande distance est-elle parcourue ?

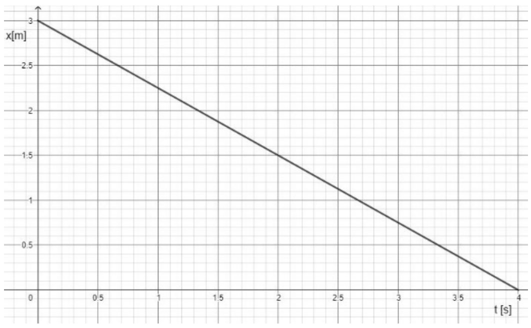
La vitesse est positive si la pente ${\Delta x}/{\Delta t}$ = v est positive ⇒ le graphe x(t) est croissant
La vitesse est négative si la pente ${\Delta x}/{\Delta t}$ = v est négative ⇒ le graphe x(t) est décroissant
La vitesse est nulle si la pente ${\Delta x}/{\Delta t}$ = v est nulle ⇒ le graphe x(t) est constant

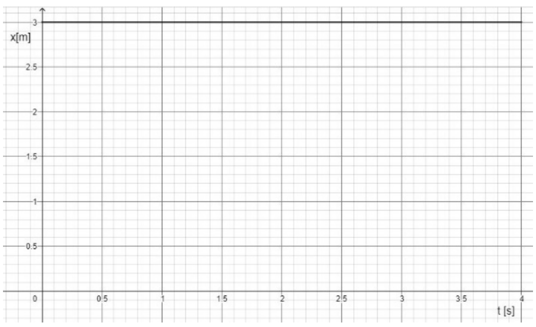
a. A et B
b. C
c. D et E
d. B (pente la plus forte)
e. D (pente la plus forte en valeur absolue)
f. D puisque la vitesse y est la plus forte et que la durée est la même pour chaque étape.

4. Lequel des trois graphiques x(t) ci-dessous correspond-il au graphique v(t) donné ci-contre, si x est donné en [m]? Justifiez votre réponse.



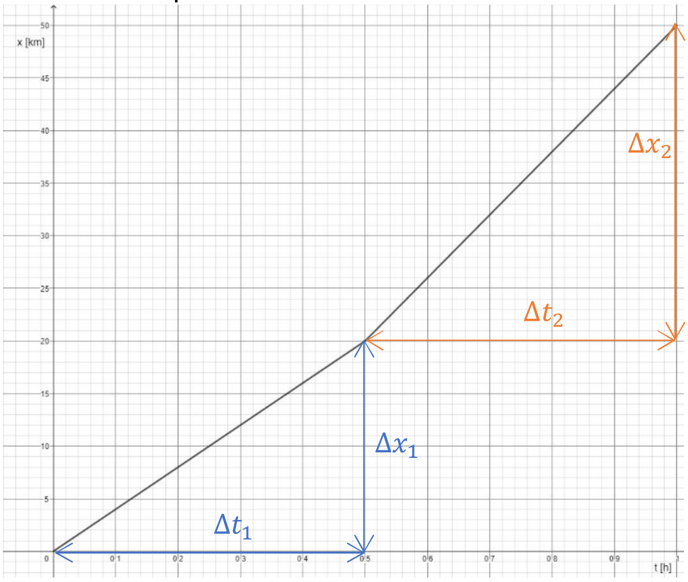






La vitesse étant constante et positive, il faut un graphe x(t) croissant. Seul le 1er graphe répond à ce critère. Par ailleurs, on vérifie que la pente vaut bien 3 m/s.

5. Le graphique ci-dessous décrit le mouvement d'une voiture. Tracez le graphique v(t) correspondant.

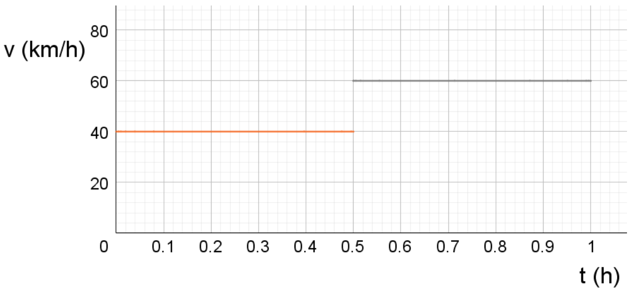


$v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{20-0}{0,5-0} = 40\ \frac{km}{h}$

constante entre t=0 et t=0,5h

$v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{50-20}{1-0,5} = 60\ \frac{km}{h}$

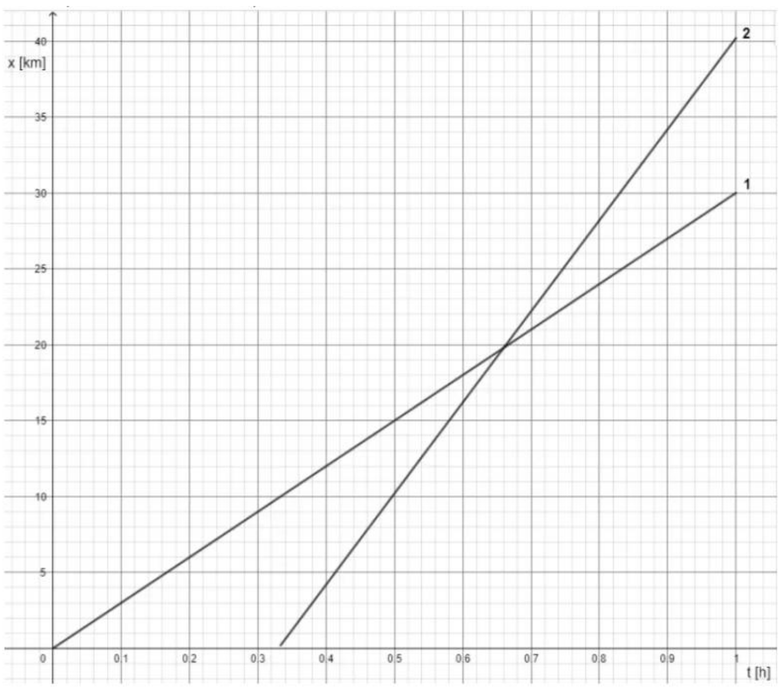
constante entre t=0,5 et t=1,0h



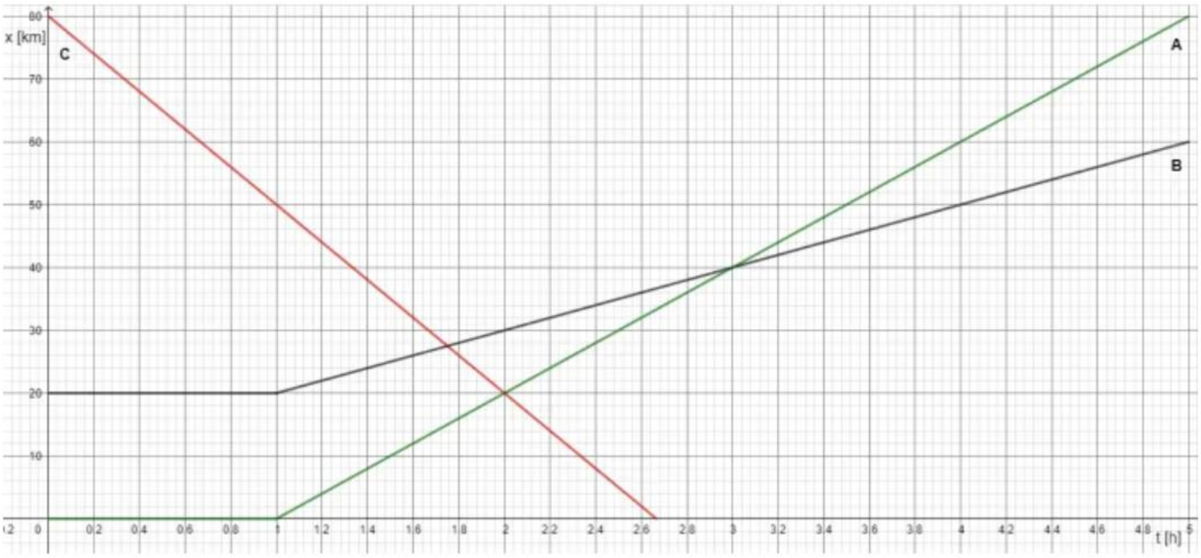
6. Deux voitures (1 et 2) roulent sur une même route.

   a) Quelle est la voiture la plus rapide ?
   La voiture 2 car la pente $\Delta x/\Delta t$ est la plus forte.

   b) Que se passe-t-il à l'instant t_1 ?
   A l'instant du croisement des deux droites : $x_1(t)=x_2(t)$: les deux voitures sont donc à la même position et elles roulent toutes deux dans le sens du référentiel => la voiture 2 dépasse la voiture 1.



7. Trois voitures se déplacent sur une même route rectiligne. Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?



a) Les trois véhicules se déplacent dans le même sens : faux car les pentes de A et de B sont positives (déplacement dans le sens du référentiel, x augmente au cours du temps) ; tandis que la pente de C est négative (déplacement dans le sens opposé au référentiel)

b) A est la plus rapide : faux, la pente de C est la plus forte

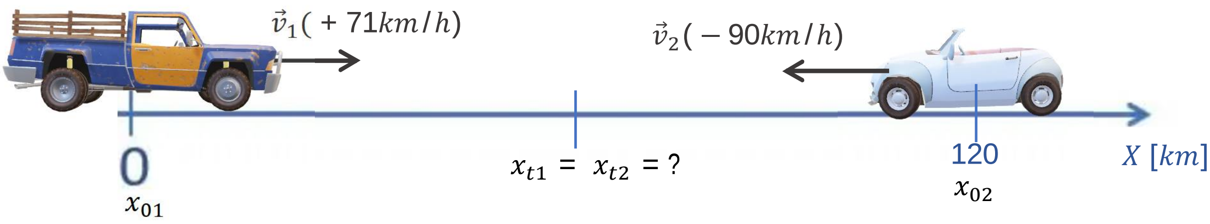
c) A dépasse C à l'instant t_2 : faux, les pentes sont de signes opposés, donc les voitures vont à la rencontre l'une de l'autre.

d) A dépasse B à l'instant t_3 : vrai.

e) A l'instant t_2, A roule moins vite que B : faux, les pentes sont constantes et donc les vitesses aussi : B roule constamment moins vite que A.

f) A l'instant t_1, B est plus près de A que C : vrai, il suffit de regarder le Δx le long de l'axe vertical.

8. Deux voitures partent en même temps de deux villes distantes de 120 km. Elles roulent l'une vers l'autre. La voiture partie de A roule à 72 km/h, celle partie de B à 90 km/h. Déterminez algébriquement à quelle heure et à quelle distance de la ville de départ les voitures se croiseront.



Algébriquement :

$x_{t1} = x_{01} + v_1 \cdot t = 0 + 72t$ $\qquad$ $x_{t2} = x_{02} + v_2 \cdot t = 120 - 90t$

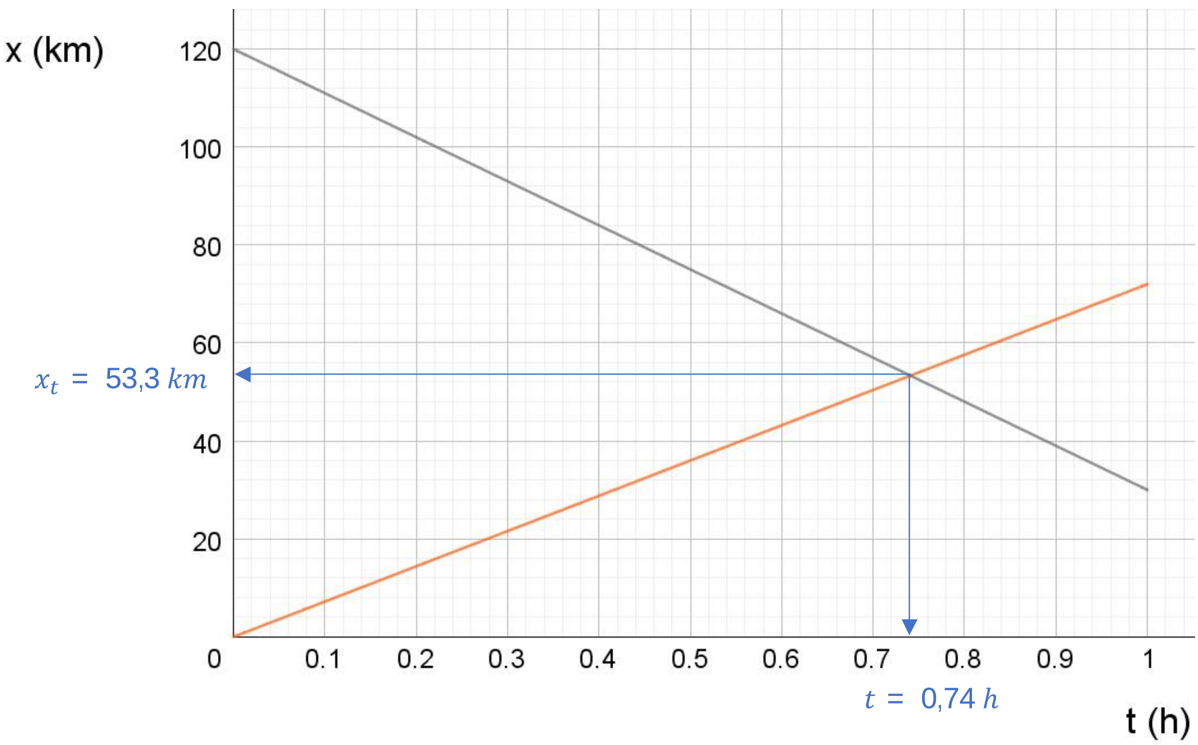
Rencontre $x_{t1} = x_{t2} \Leftrightarrow 72t = 120 - 90t \Rightarrow t = 0{,}74h$

$\Rightarrow x_{t1} = x_{t2} = 72 \cdot 0{,}74 = 53{,}3\ km$

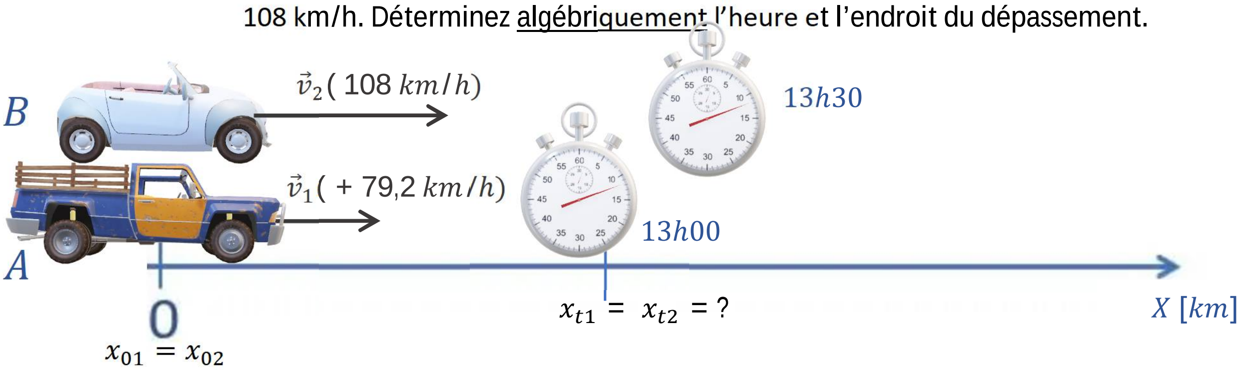
$\Rightarrow \Delta x_1 = 53{,}3 - 0$
$= 53{,}3km\ de\ sa\ ville\ de\ départ$

$\Rightarrow \Delta x_2 = 53{,}3 - 120 = -66{,}7km$, càd 66,7 km parcourus dans le sens opposé au réf, depuis sa ville de départ.

Graphiquement :



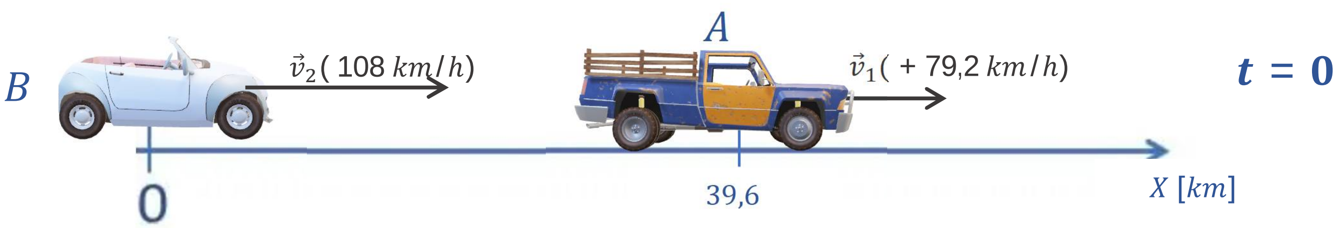
9. Deux automobiles A et B partent d'un même endroit sur la même route rectiligne. Elles roulent dans le même sens. A part à 13 h et B à 13 h 30 min. A roule à 79,2 km/h et B à 108 km/h. Déterminez <u>algébriquement</u> l'heure et l'endroit du dépassement.



<u>Algébriquement :</u>

On choisit t=0 à 13h30

A est déjà partie depuis 30min, elle roule à vitesse constante depuis ce temps, quand on enclenche le chrono, elle a déjà atteint la position $x_{t1} = x_{01} + v_1 \cdot t = 0 + 79{,}2 \cdot 0{,}5 = 39{,}6\ km$
On doit donc redessiner le référentiel de la façon suivante :



A partir de cet instant, on peut donc écrire les équations du mouvement :

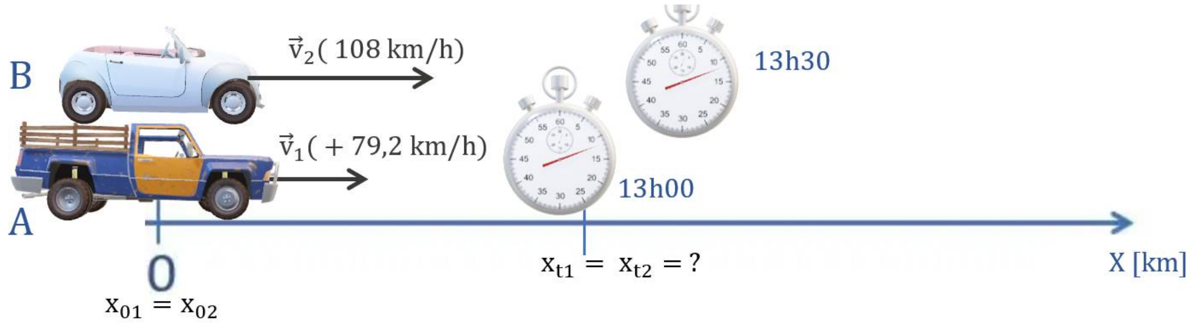
$x_{t1} = x_{01} + v_1 \cdot t = 39{,}6 + 79{,}2t$ $\qquad$ $x_{t2} = x_{02} + v_2 \cdot t = 0 + 108t$

Dépassement $x_{t1} = x_{t2} \Leftrightarrow 39{,}6 + 79{,}2t = 108\,t \Rightarrow t = 1{,}375h = 1h22min$

On a démarré le chrono à 13h30 ; il est donc **14h52**

$$\Rightarrow x_{t1} = x_{t2} = 108 \cdot 1{,}375 = \mathbf{148{,}5\ km}$$

On choisit t=0 à 13h00



Le référentiel tracé en début d'énoncé est valable. Il faut par contre tenir compte d'un retard de la voiture B. Son temps devra être décalé de 0,5h, il faudra donc prendre la variable (t-0,5) pendant que la voiture A sera affectée de la variable t. Ce qui donne :

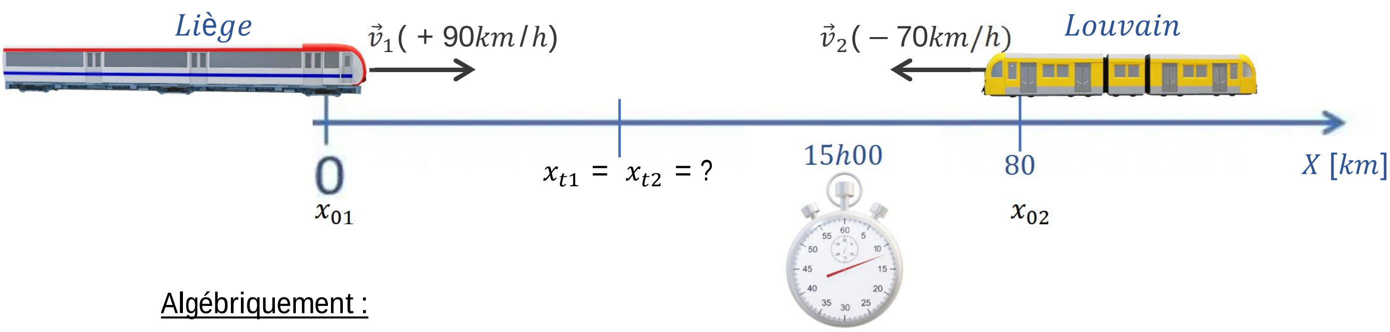
$x_{t1} = x_{01} + v_1 \cdot t = 0 + 79{,}2t$ $\qquad$ $x_{t2} = x_{02} + v_2 \cdot t = 0 + 108(t - 0{,}5)$

Dépassement $x_{t1} = x_{t2} \Leftrightarrow 79{,}2t = 108(t - 0{,}5) \Leftrightarrow 79{,}2t = 108t - 54 \Rightarrow 28{,}8\,t = 54$
$\Rightarrow t = 1{,}875h = 1h52min$

On a démarré le chrono à 13h00 ; il est donc **14h52**

$\Rightarrow x_{t1} = x_{t2} = 108 \cdot (1{,}875 - 0{,}5)$
$= \mathbf{148{,}5\ km}$

10. Deux trains partant à la même heure des gares de Liège et Louvain, distantes de 80 km roulent sur des voies rectilignes parallèles et se dirigent l'un vers l'autre. Le premier à une vitesse constante de 90 km/h et le second de 70 km/h. Si le départ est à 15h, à quelle heure aura lieu la rencontre et quel sera le point de croisement ? (Résolution algébrique)



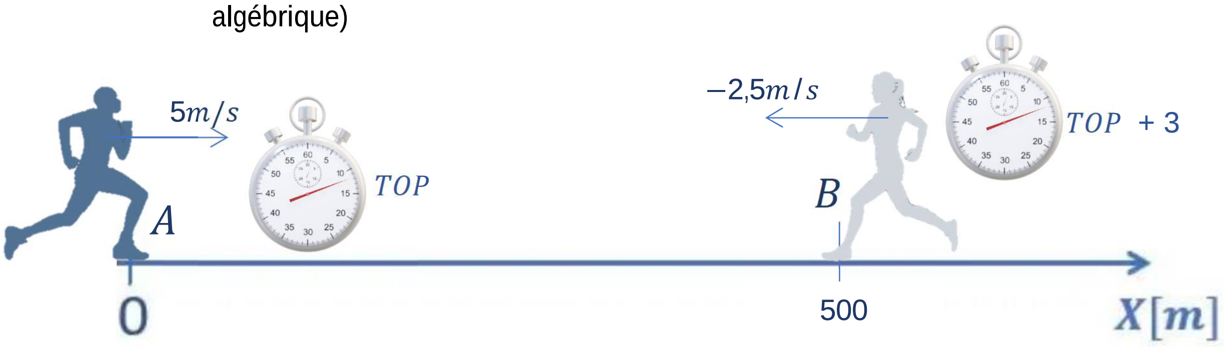
<u>Algébriquement :</u>

$x_{t1} = x_{01} + v_1 \cdot t = 0 + 90t$ $\qquad$ $x_{t2} = x_{02} + v_2 \cdot t = 80 - 70t$

Rencontre $x_{t1} = x_{t2} \Leftrightarrow 90t = 80 - 70t \Rightarrow t = 0{,}50h \Rightarrow$ il est donc **15h30**
$\Rightarrow x_{t1} = x_{t2} = 90 \cdot 0{,}50 = 45\ km$

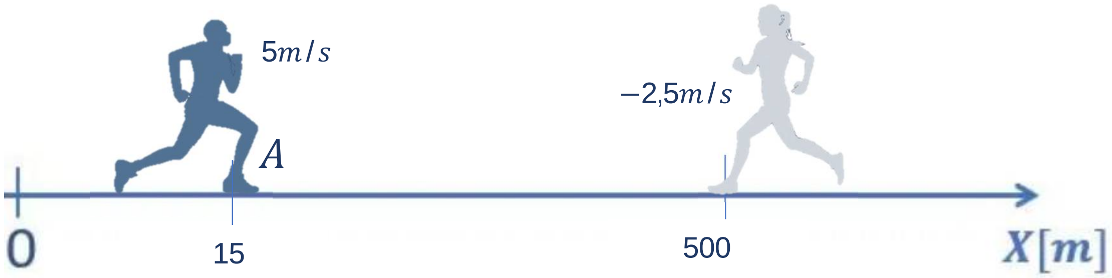
$\Rightarrow \Delta x_1 = 45 - 0 = \mathbf{45km\ de\ Liège}$
$\Rightarrow \Delta x_2 = 45 - 80 = -35km$, càd 35 km parcourus dans le sens opposé au réf, depuis Louvain.

11. A l'instant t = 0[s], un coureur 1 part de A (prendre A pour origine) et court à la vitesse constante de 5[m/s]. **Trois secondes plus tard**, un coureur 2 part de B, situé 500[m] devant A et court vers A à la vitesse de 2,5[m/s]. Au bout de combien de temps la rencontre a-t-elle lieu? Quelle est alors la distance parcourue par chacun des deux coureurs. (Résolution algébrique)



On choisit t=0 quand le 2ème coureur démarre

A est déjà parti depuis 3 s, il court à vitesse constante depuis ce temps, quand on enclenche le chrono, il a déjà atteint la position $x_{t1} = x_{01} + v_1 \cdot t = 0 + 5 \cdot 3 = 15\ m$
On doit donc redessiner le référentiel de la façon suivante :



A partir de cet instant, on peut donc écrire les équations du mouvement :

$x_{t1} = x_{01} + v_1 \cdot t = 15 + 5t$ $\qquad$ $x_{t2} = x_{02} + v_2 \cdot t = 500 - 2,5t$

Dépassement $x_{t1} = x_{t2} \Leftrightarrow 15 + 5t = 500 - 2,5t \Rightarrow \boldsymbol{t = 64,7\ s}$

$$\Rightarrow x_{t1} = x_{t2} = 15 + 5 \cdot 64,7 = 338,5\ \boldsymbol{m}$$

Rmq : attention, le coureur A court donc pendant 64,7 +3 = 67,7 s

On choisit t=0 quand le 1er coureur démarre

Le référentiel tracé en début d'énoncé est valable. Il faut par contre tenir compte d'un retard du coureur B. Son temps devra être décalé de 3s, il faudra donc prendre la variable (t-3) pendant que le coureur A sera affecté de la variable t. Ce qui donne :

$x_{t1} = x_{01} + v_1 \cdot t = 0 + 5t$ $\qquad$ $x_{t2} = x_{02} + v_2 \cdot t = 500 - 2,5(t - 3)$

Dépassement $x_{t1} = x_{t2} \Leftrightarrow 5t = 500 - 2{,}5(t-3) \Leftrightarrow 5t = 500 - 2{,}5t + 7{,}5 \Rightarrow 7{,}5\,t = 507{,}5$

$$\Rightarrow \boldsymbol{t = 67{,}7\ s}$$

$$\Rightarrow x_{t1} = x_{t2} = 5 \cdot 67{,}7 = \mathbf{338{,}5\ m}$$

12. Les équations horaires d'un cycliste (A) et d'une automobile (B) sont les suivantes :

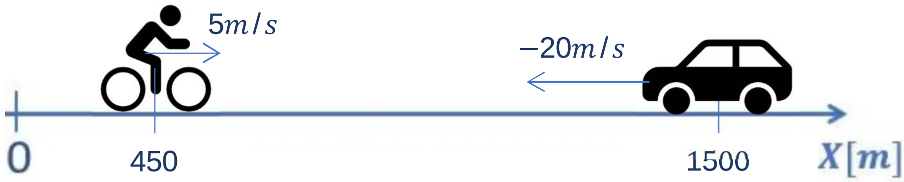
$x_A = 18[\text{km/h}] \cdot t + 450[\text{m}]$
$x_B = -20[\text{m/s}] \cdot t + 1{,}5[\text{km}]$

Déterminer (algébriquement) où et quand aura lieu la rencontre entre le cycliste et l'automobiliste.

Il faut d'abord remettre des unités cohérentes entre elles :

$x_A(t) = 450 + 5 \cdot t$

$x_B(t) = 1500 - 20 \cdot t$

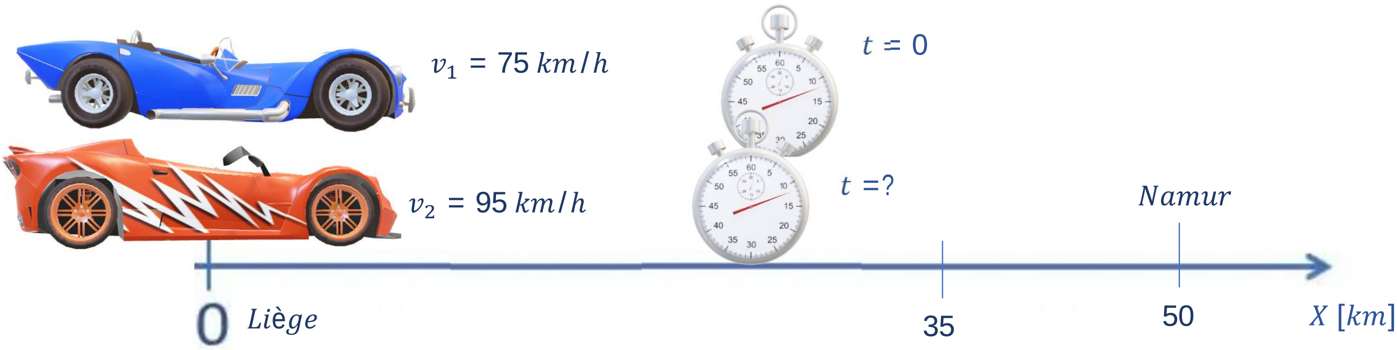


Rencontre : $x_A(t) = x_B(t) \Leftrightarrow 450 + 5 \cdot t = 1500 - 20 \cdot t$
$\Leftrightarrow 25 \cdot t = 1050$
$\Rightarrow t = 42\ s$

$x_A(t = 42) = x_B(t = 42) = 450 + 5 \cdot 42 = \mathbf{660\ m}$

13. Deux voitures quittent la ville de Liège pour rejoindre la ville de Namur située à 50 [km]. La première prend le départ à 12 :00 et roule à une vitesse constante de 75 [km/h]. La seconde, dont **le départ est différé**, roule à une vitesse constante de 95 [km/h] et parvient à rattraper la première à 35 [km] de Liège.

a) Quelles sont les équations horaires de la position des deux voitures ?
b) A partir de ces équations, déterminer à quelle heure le départ de la seconde voiture a-t-il eu lieu ?



On choisit t=0 quand la 1ère voiture démarre

Il faut tenir compte d'un retard inconnu (△t) de la voiture B. Ce qui donne :

$x_{t1} = x_{01} + v_1 \cdot t = 0 + 75t$ $\qquad$ $x_{t2} = x_{02} + v_2 \cdot t = 0 + 95(t - \Delta t)$

On sait que les voitures occupent à nouveau la même position pour un temps t, x(t)=35 km. On peut donc écrire :

- $35 = 75t$
- $35 = 95(t - \Delta t)$

- La première équation conduit directement à trouver l'instant du dépassement : $$t = \frac{35}{75} = 0{,}47h$$

- La seconde équation peut être complétée, on a :

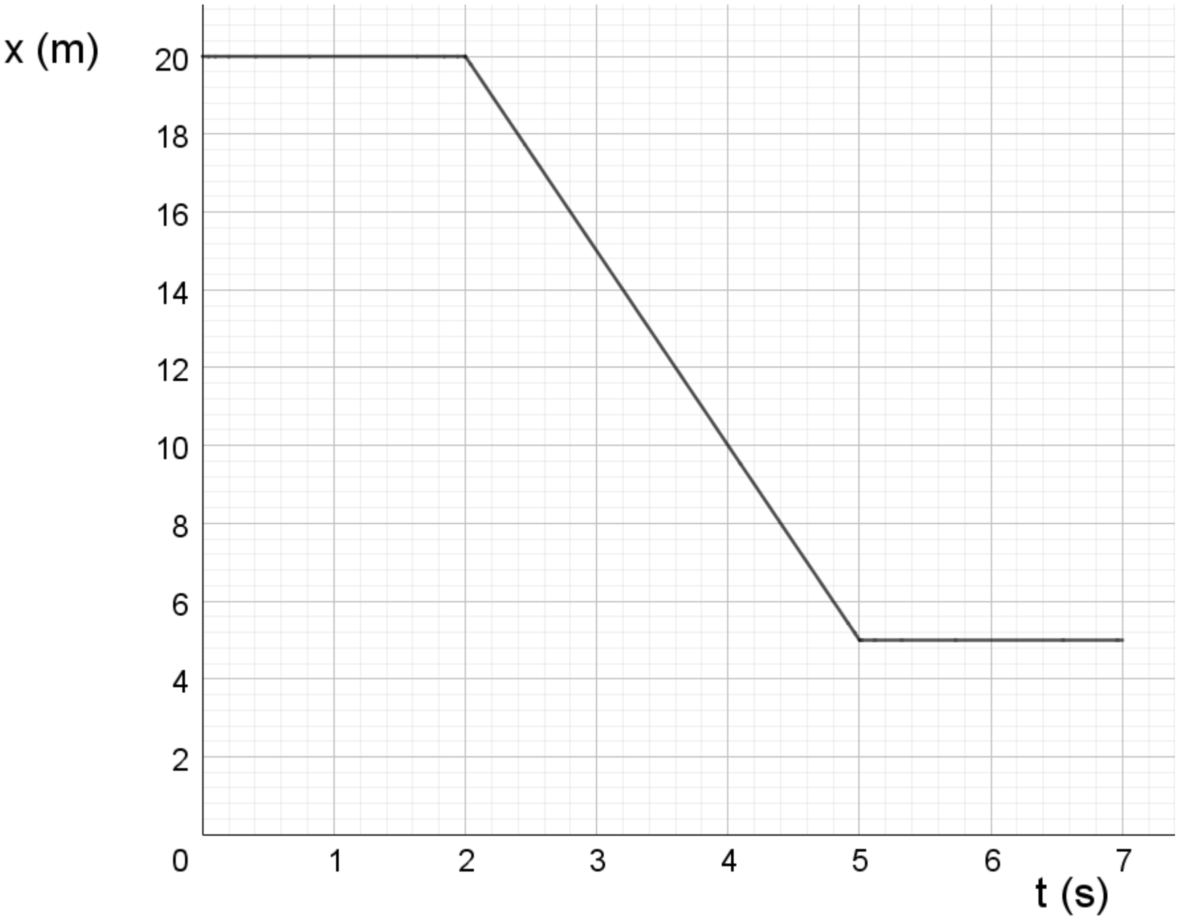
$$35 = 95(0{,}47 - \Delta t)$$
$$\Leftrightarrow 35 = 44{,}65 - 95\Delta t$$
$$\Rightarrow \Delta t = 0{,}102\ h = 6{,}1\ min$$

La seconde voiture a donc pris le départ à **12h06** et on peut donner les équations horaire de la position des deux voitures :

$\boldsymbol{x_{t1} = 75t}$

$\boldsymbol{x_{t2} = 95(t - 0{,}1)}$

14. Voici le graphique du mouvement d'une balle. Quelle proposition correspond le mieux à son mouvement ?

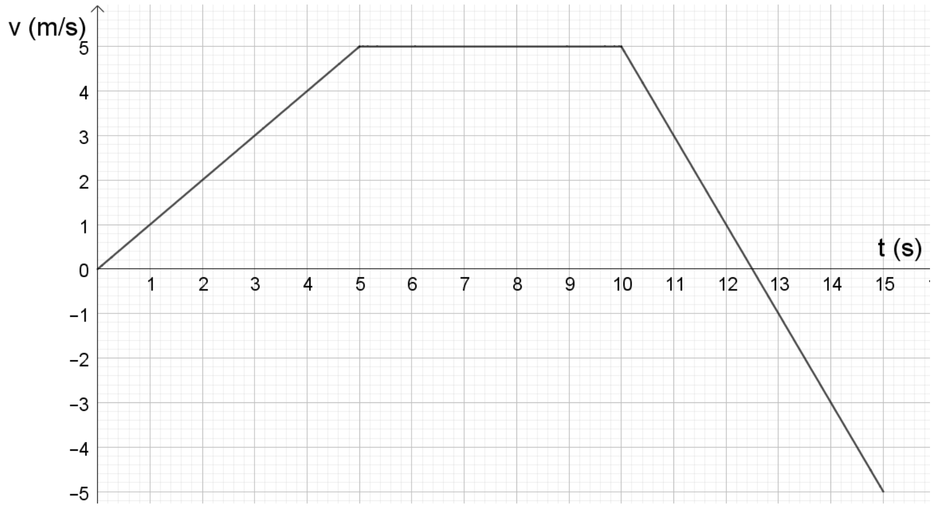


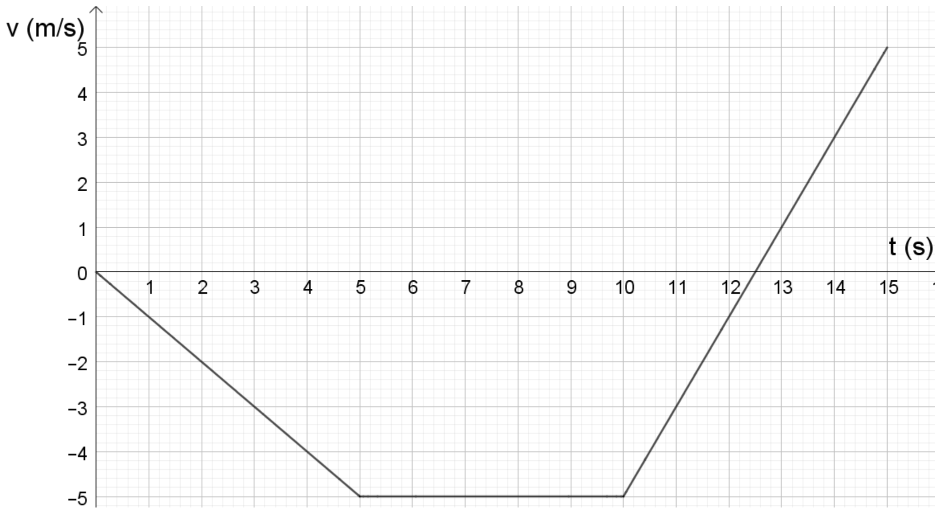
a. La balle se déplace le long d'une surface plane. Puis, elle descend le long d'une colline et s'arrête finalement.
b. La balle ne bouge pas dans un premier temps. Puis elle descend une colline et s'arrête.
c. La balle se déplace à vitesse constante, ralentit puis s'arrête.
d. La balle ne bouge pas dans un premier temps. Elle se déplace ensuite à vitesse constante, en sens opposé au référentiel d'étude, puis s'arrête.
e. La balle se déplace le long d'une surface plane, se déplace ensuite le long d'une colline et poursuit finalement son mouvement sur une surface plane.

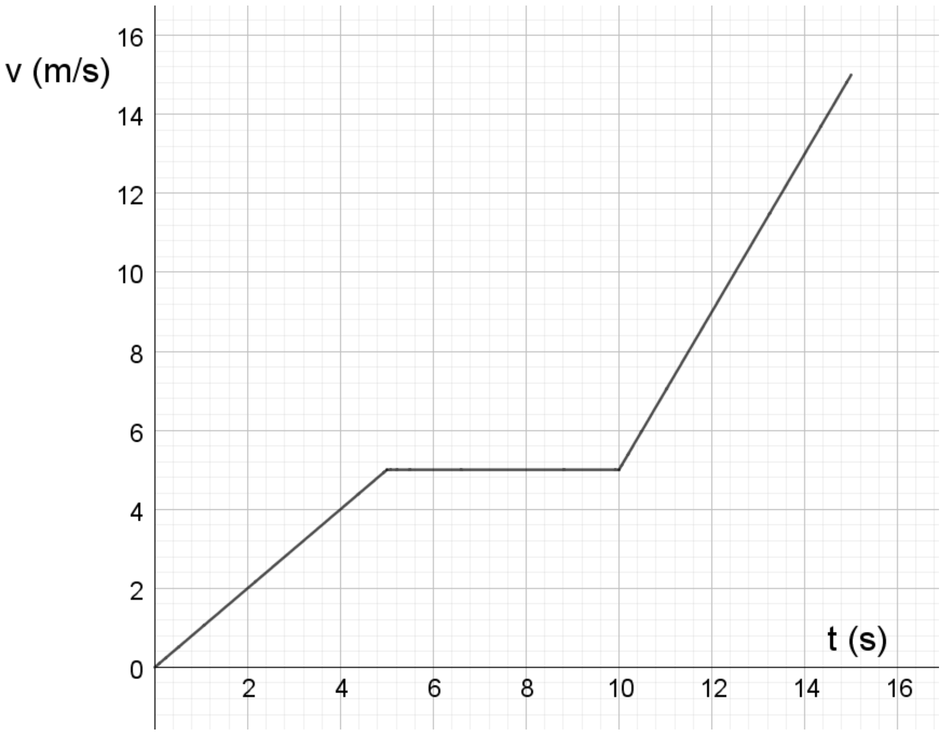
Les 2 premières secondes, la pente $\Delta x/\Delta t$ est nulle, la vitesse est donc nulle, pas de mouvement. Les 3 secondes suivantes le pente $\Delta x/\Delta t$=-5m/s, la balle se déplace donc en sens opposé au référentiel x. Les deux dernières secondes, la vitesse est de nouveau nulle puisque la pente est nulle. Il s'agit donc de la proposition d.

Attention : le graphe décroissant indique seulement une vitesse négative et donc un déplacement dans le sens opposé au référentiel d'étude. Si ce référentiel est posé le long d'une table, le mouvement est donc horizontal et non en pente !

15. Un homme se trouve à l'origine d'un référentiel, il recule lentement et régulièrement pendant 5 secondes. Puis, il reste immobile pendant 5 secondes, avance deux fois plus vite environ pendant 5 secondes. Quel graphique, parmi les suivants, traçant la vitesse en fonction du temps, correspond le mieux à ce scénario ?







Pendant les 5 premières secondes la vitesse doit être constante et négative. Seul le graphe 4 peut convenir. De 5 à 10s : la vitesse doit être nulle : c'est toujours Ok pour le graphe 4. De 10 à 15, le mouvement est dans le sens du référentiel, donc vitesse constante, positive et deux fois plus grande que de 0 à 5s. Le graphe 4 convient donc parfaitement.