

Les 7 outils mathématiques indispensables pour comprendre la physique !

Comment être (facilement) plus fort en physique?

Voilà une question à mille points ! Et pourtant, la réponse coule de source : il suffit d'utiliser ses connaissances mathématiques ! Comment ?

Si vous souhaitez faire des sciences votre métier, j'espère que vous avez reçu (ou recevez) une formation qui compte au minimum 4h de mathématiques par semaine! Si ce n'est pas le cas, pas de stress, Internet regorge de sites super bien faits pour pallier les éventuelles faiblesses que vous auriez. Le plus chouette à mon avis étant celui-ci : https://fr.khanacademy.org/math/algebra-basics

Toutefois, en physique, il y a une poignée de notions mathématiques qu'il vous faudra maitriser sur le bout des doigts! Les voici!

1. Comment différencier des écritures scalaires et vectorielles ?

En physique, et particulièrement en mécanique, la notion de vecteurs est très présente. Dès lors, il s'agira de bien comprendre ces petites bestioles mathématiques. Généralement, les élèves savent précisément qu'un vecteur est un objet mathématique qui possède 4 caractéristiques : sens, direction, intensité et point d'application. OK, c'est pas mal, mais ce n'est pas ça le plus important. Ce qui compte, c'est d'abord de pouvoir faire la différence entre le monde scalaire et le monde vectoriel.

MONDE SCALAIRE MONDE VECTORIEL La grandeur est entièrement La grandeur est caractérisée par sa caractérisée par sa valeur valeur **ET** par une direction et un sens Ex: temps, masse, température... Ex: vitesse, force, accélération ... Il ne suffit pas de dire que le vent souffle à 120 km/h, il faut également donner sa direction: **OUEST vers EST** Il suffit de dire le chrono indique On note un vecteur comme ceci: v Sauf quand on parle uniquement de sa norme, càd de sa 52 secondes valeur, alors on écrit ceci: ||v|| ou v

Dans certaines relations de la physique, les scalaires et les vecteurs sont associés. C'est ainsi qu'on pourra rencontrer ce genre de relation :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Votre cours de mécanique vous apprendra à lire en français cette relation qui nous dit : « Lorsqu'une force de valeur F agit sur une masse de valeur m, cette masse subit une accélération de valeur a ». En voyant cette relation, il faut également être capable de dire que le vecteur accélération possède la même direction et le même sens que le vecteur force ! Pourquoi ?

C'est aussi simple que ceci : $\vec{B} = 2.\vec{A}$

Quand vous lisez cette relation, vous savez tout de suite que le vecteur \vec{B} est deux fois plus grand que le vecteur \vec{A} et qu'ils ont tous les deux la même direction et le même sens parce que '2' est un scalaire positif.

De même, quand vous lisez ceci : $\vec{B} = -2.\vec{A}$

Vous savez que le vecteur \vec{B} est également deux fois plus grand que le vecteur \vec{A} et qu'il est de même direction, mais qu'il est de sens opposé au vecteur \vec{A} parce que '-2' est un scalaire négatif.

Transposons au monde de la physique: m est une variable dans laquelle on peut mettre n'importe quelle valeur de masse, et tout le monde sait que cette masse sera toujours positive. Le facteur m dans l'expression $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ joue donc exactement le même rôle que le facteur 2 dans l'expression $\vec{B} = 2 \cdot \vec{A}$.

Dès lors, le vecteur \vec{F} et le vecteur \vec{a} étant reliés par un scalaire positif (m) dans $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, le vecteur \vec{F} et le vecteur \vec{a} auront donc même direction et même sens !

Compliquons (un tout petit peu) l'histoire. Qu'en est-il de la relation suivante : $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$?

En français, votre cours de mécanique vous apprendra à dire : « Une accélération, c'est une variation du vecteur vitesse au cours du temps ».

 Δt est un intervalle de temps ($\Delta t = t_2 - t_1$ et l'instant 2 vient toujours après l'instant 1 \Rightarrow $t_2 > t_1 \Rightarrow \Delta t > 0$), Δt est donc toujours un scalaire positif ; \vec{a} et $\Delta \vec{v}$ sont deux vecteurs. On peut donc comparer cette relation à la suivante : $\vec{B} = \frac{\vec{A}}{2}$ et tout le monde saura dire que le vecteur \vec{B} est deux fois plus petit que le vecteur \vec{A} mais qu'ils ont même direction et même sens.

Dès lors, en transposant au monde physique, tout le monde dira que le vecteur \vec{a} et le vecteur $\vec{\Delta v}$, étant donné qu'ils sont reliés par un scalaire positif (Δt), ont tous les deux la même direction et le même sens!

Pigé ? Alors, compliquons encore un iota ! Qu'en est-il de la relation suivante : $\vec{F}_{\rm el} = q$. \vec{E} ?

En français, votre cours d'électrostatique vous apprendra à dire : « Lorsqu'on place une charge électrique (\vec{E}), elle subit une force électrique ($\vec{F}_{\acute{e}l}$).

q est la valeur de la charge, c'est donc un scalaire! Par contre, si on parle d'un électron, alors ce scalaire est négatif; tandis que si on parle d'un proton, il est positif.

Dès lors, en transposant au monde physique, tout le monde pourra dire que lorsqu'un électron (q<0) est placé dans un champ électrique (\vec{E}) , il subit une force électrique $(\vec{F}_{\acute{e}l})$ de sens opposé à ce champ électrique. Par contre, lorsqu'un proton (q>0) est placé dans un champ électrique (\vec{E}) , il subit une force électrique $(\vec{F}_{\acute{e}l})$ de même sens que ce champ électrique !

Compris ? Bravo ! C'est toujours la même chose, et toujours aussi simple que $\vec{B} = 2 \cdot \vec{A}$!

2. Comment décomposer un vecteur en deux composantes avec un minimum de trigonométrie ?

Soit le vecteur force orienté à 30° au-dessus de l'horizontale. On peut décomposer ce vecteur en deux composantes $\overrightarrow{F_x}$ et $\overrightarrow{F_y}$ simplement en reportant la direction de l'axe Y à l'extrémité de la force \overrightarrow{F} d'une part (pointillés bleus verticaux) et la direction de l'axe X d'autre part (pointillés bleus horizontaux). Nous obtenons donc ceci :



Remarquez que, vectoriellement, si vous ajoutez le vecteur $\overrightarrow{F_y}$ à la suite du vecteur $\overrightarrow{F_x}$, vous retrouvez le vecteur \overrightarrow{F} ; ce qui nous prouve bien que nous pouvons remplacer le vecteur force par ses deux composantes : $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_x} + \overrightarrow{F_y}$. Faire agir les deux vecteurs $\overrightarrow{F_x}$ et $\overrightarrow{F_y}$ revient exactement au même que faire agir le vecteur \overrightarrow{F} seul.

Si la norme (càd l'intensité ou la valeur) du vecteur \vec{F} est connue ($\|\vec{F}\|$ ou F), on peut facilement trouver les normes des deux composantes F_x et F_y . En effet, comme le montre le schéma de droite, les 3 vecteurs forment un triangle rectangle dans lequel on peut écrire les relations trigonométriques suivantes :

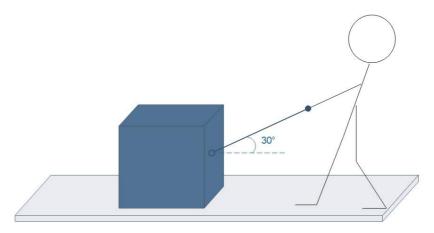
$$sin(30^\circ) = \frac{côt\'{e} \text{ oppos\'{e}}}{hypot\'{e}nuse} = \frac{F_y}{F} \Leftrightarrow F. sin(30^\circ) = F_y$$

$$cos(30^\circ) = \frac{côt\'{e} \text{ adjacent}}{hypot\'{e}nuse} = \frac{F_x}{F} \Leftrightarrow F. cos(30^\circ) = F_x$$

Remarquez que, dans ces relations, on enlève la flèche au-dessus de F, parce que les sinus et cosinus sont définis comme étant des rapports entre des longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle. On considère donc uniquement la norme du vecteur.

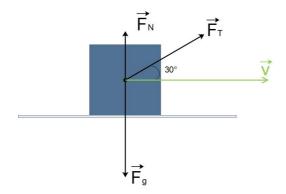
3. Comment additionner des forces dans un référentiel?

Voici un exercice classique de mécanique. Un bloc glisse vers la droite sur un plan sans frottement, sous l'action d'une force exercée dans une direction de 30°à l'aide d'un câble.



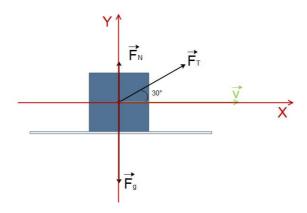
On peut **identifier les forces** qui agissent sur le bloc. Pour ce faire, il y a une question fondamentale à se poser : **qui touche le bloc ?** A distance ou par contact ?

- il y a bien entendu la force pesanteur (nous sommes à la surface de la Terre, c'est une force qui s'exerce à distance) \vec{F}_g ,
- étant donné que le bloc prend appui sur le sol, le sol réagit sur ce bloc : c'est la force dite de réaction normale du sol, \vec{F}_N ,
- le câble touche le bloc et exerce une force de tension orientée à 30° (le long du câble)sur le bloc, \vec{F}_T .
- Remarquez que le vecteur vitesse (le bloc glisse vers la droite) a été représenté dans une autre couleur puisqu'il s'agit bel et bien d'une vitesse en « m/s » et non d'une force en « N ». La force est la cause et l'acquisition de vitesse, la conséquence. Il est donc interdit d'additionner ces vecteurs entre eux ; ce qui serait d'ailleurs impossible, ils ne portent pas les mêmes unités (on ne peut pas additionner des pommes et des poires)!



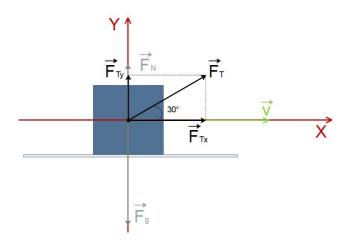
Vous apprendrez, dans votre cours de mécanique que, pour résoudre des problèmes liés à ce genre de situation, **il faut** être capable d'**additionner les 3 forces entre elles**. Etant donné que les forces agissent dans des directions différentes (deux verticales et une à 30°), **nous sommes obligés de les décomposer dans deux directions privilégiées. La direction du mouvement en est une, c'est l'horizontale qui définira le référentiel X. Afin de bénéficier des apports de la trigonométrie, il faut choisir un deuxième**

axe perpendiculaire au premier : c'est l'axe Y, choisi verticalement. Nous obtenons donc le référentiel (X,Y) suivant :



Dans ce référentiel :

- le vecteur réaction normale \vec{F}_N agit intégralement selon Y et il ne faut donc pas le décomposer. Etant donné que ce vecteur est dans le même sens (vers le haut) que Y, il aura une composante scalaire positive $+F_N$.
- le vecteur poids \vec{F}_g agit également intégralement selon Y; toutefois, ce vecteur est de sens opposé (vers le bas) par rapport à l'axe Y, et il aura donc une composante scalaire négative F_g .
- -le vecteur force de tension \vec{F}_T agit entre les axes X et Y, il faut donc le décomposer. Ce vecteur possède une composante qui agit selon X, nous l'appellerons \vec{F}_{Tx} . Cette composante est **tangente au mouvement (càd parallèle à la vitesse)**. Ce vecteur possède également une composante qui agit selon Y, nous l'appellerons \vec{F}_{Ty} . Cette composante est **perpendiculaire (càd normale) au mouvement (ou perpendiculaire à la vitesse)**.

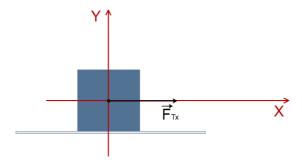


On retrouve donc la composante \vec{F}_{Tx} le long de l'axe X et dans son sens, \vec{F}_{Tx} aura donc une composante scalaire positive + F_{Tx} . La composante \vec{F}_{Ty} est le long de l'axe Y et dans son sens, \vec{F}_{Ty} aura donc une composante scalaire positive + F_{Ty} .

Si on souhaite additionner les forces le long de l'axe X, on peut dire que $\sum F_x = F_{Tx}$. Cette relation se lit en français : « La somme des forces le long de l'axe X, est égale à la composante horizontale de \vec{F}_T ».

Tandis que le long de l'axe Y, on écrira : $\sum F_y = F_{Ty} + F_N - F_g = 0$, qui se lit : « La somme des forces le long de l'axe Y, est égale à la somme de la composante verticale de \vec{F}_T , plus la valeur de \vec{F}_N , moins la valeur du poids». Le bloc glisse uniquement le long de X, il n'y a aucun déplacement le long de Y et donc, la force résultante verticale doit être nulle.

Dès lors, l'ensemble des 3 forces pourra être remplacé par une force horizontale dont la norme vaut F_x tandis qu'il n'y a pas de force résultante verticale (elle vaut zéro).



Rmq : si la résultante verticale était différente de zéro, il faudrait alors appliquer Pythagore pour trouver la valeur de la résultante.

4. Comment reconnaître une équation du premier degré cachée dans un exercice de physique?

Dans un cours de complément de physique, il est possible d'être amené à réaliser des développements mathématiques concernant des notions qui ne sont pas étudiées en classe. On peut par exemple arriver à l'équation suivante :

$$a = g.\sin\theta - \frac{1}{m}.I.\frac{a}{R^2}$$

Le but du développement est de trouver la valeur de l'accélération 'a', comment faites-vous ?

Vous respirez une grande fois et vous observez la bestiole mathématique à laquelle vous avez affaire. On voit trois termes dont deux d'entre eux contiennent l'accélération 'a' à la première puissance ; tous les autres paramètres sont censés être connus. Il s'agit donc bêtement d'une gentille équation du premier degré du type : ax = c - bx qui peut être résolue comme ceci :

$$ax = c - bx$$

$$\Leftrightarrow ax + bx = c$$

$$\Leftrightarrow (a + b)x = c$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{c}{a + b}$$

Transposons à la physique, nous obtenons :

$$a = g.sin\theta - \frac{1}{m}.I.\frac{a}{R^2} \Leftrightarrow a + \frac{I}{mR^2}a = gsin\theta \Leftrightarrow a\left(1 + \frac{I}{mR^2}\right) = gsin\theta \Leftrightarrow a = \frac{gsin\theta}{1 + \frac{I}{mR^2}}$$

Bingo!

5. Comment reconnaitre une équation du second degré cachée dans un exercice de physique ? Et surtout, comment la comprendre !!!

L'exercice est le suivant : Le chauffeur d'un camion roulant à 108 km/h aperçoit soudain un caribou à 20 mètres devant lui. Il commence de suite à freiner avec une décélération maximale de 8 m/s², dans ces conditions, il ne peut pas éviter le caribou. Quelle sera **en km/h** la vitesse de collision?

Dans cet exercice, on travaille dans un référentiel (un repère, un axe gradué) horizontal et orienté dans le sens du mouvement, selon le schéma ci-dessous :



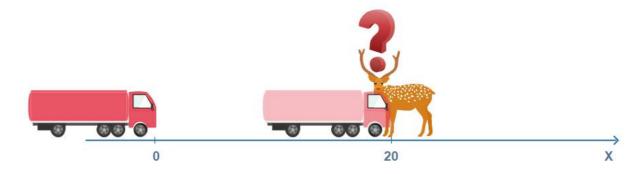
Pour résoudre cet exercice, il faut compléter l'équation suivante : $x_t = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$, dans laquelle x_0 représente la position occupée par le camion quand t = 0, v_0 est sa vitesse à cet instant et a est l'accélération qu'il possède à partir de cet instant. t est bien entendu la variable du temps qui s'écoule. Peu importe si tu ne connais pas encore tous ces trucs-là, quand tu sauras, tu arriveras à l'équation suivante :

$$x_t = 0 + 30t - \frac{8t^2}{2}$$

Cette équation décrit l'évolution de la position \mathbf{x} du camion au cours du **temps (\mathbf{x} et t sont les deux variables)**. Ce qui nous intéresse, c'est de savoir à quel moment le camion arrive sur le caribou, autrement dit, à quel moment la position \mathbf{x} du camion vaut 20m ? Si on remplace la position \mathbf{x}_t par 20, on obtient :

$$20 = 30t - \frac{8t^2}{2}$$

Il nous faut donc résoudre cette équation et en extraire la valeur de t. Comme pour le point précédent, pas de stress, observe ! Le but de ton énoncé (à ce stade) est de trouver le temps après lequel le chauffeur percute le caribou. Autrement dit, le temps après lequel il se retrouve en position $x_t=20$ (d'où le facteur 20 dans le premier terme, mais peu importe).



Donc, il nous faut extraire la valeur de t dans cette équation ! Dans le premier terme (20), t n'intervient pas (c'est donc un terme indépendant), dans le $2^{\text{ème}}$ terme (30t), t intervient à la $1^{\text{ère}}$ puissance et dans le $3^{\text{ème}}$ terme ($\frac{8t^2}{2}$), t intervient au carré.....mmmhhhh..... Est-ce que, par hasard, ça ne ressemblerait pas à une équation du second degré qui est du type $ax^2 + bx + c = 0$?

Il suffit de retravailler un peu l'expression ci-dessus :

$$20 = 30t - \frac{8t^2}{2} \Leftrightarrow \frac{8t^2}{2} - 30t + 20 = 0 \Leftrightarrow 4t^2 - 30t + 20 = 0$$

Et donc, il nous suffit de tirer les deux racines de cette équation! Kesako? Les racines sont les valeurs (de x en math) de t (en physique) pour lesquelles l'expression $4t^2 - 30t + 20$ vaut en effet zéro. Etant donné que nous avons retravaillé cette expression, il s'agit aussi des valeurs de t pour lesquelles l'expression $30t - \frac{8t^2}{2}$ vaut 20. Cela signifie que le chauffeur de camion est en position x = 20m sur l'axe gradué X(m).

La seule différence, c'est que ton prof de math, eh bien, quand il a une inconnue, il l'appelle simplement x; et ton prof de physique, étant donné qu'il sait que cette inconnue c'est un temps, ben, il l'appelle t! Ce n'est pas plus difficile que ça! Et donc, on peut se lancer dans la résolution!

On a donc:

$$4t^{2} - 30t + 20 = 0$$

$$\Delta = b^{2} - 4ac = 30^{2} - 4.4.20 = 580$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$t_{1} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{30 - \sqrt{580}}{8} = 0.74 \text{ s}$$

$$t_{2} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{30 + \sqrt{580}}{8} = 6.8 \text{ s}$$

Et shit, il y a deux chronos possibles....pourtant, le chauffeur, il entre en collision avec le caribou à un seul moment.... Qu'est-ce que ça veut dire alors ?

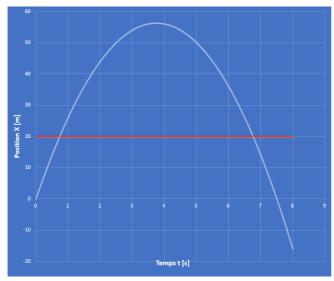
A ce stade, tu as deux possibilités :

- Soit, tu veux simplement faire ton exercice et tu te dis, ben ça ne peut être que le premier instant, mais j'suis pas sûr, tant pis ! C'est quand même pas fort malin...
- Soit, tu te réfléchis! Tu utilises des outils mathématiques pour faire de la physique, mais, l'outil mathématique, il ne connait rien du monde physique lui, il trace des équations (des courbes) et il te donne des racines (des solutions), point à la ligne. Et que te disent ces courbes?

Traçons l'équation qui modélise l'évolution de la position x_t du camion au cours du temps :

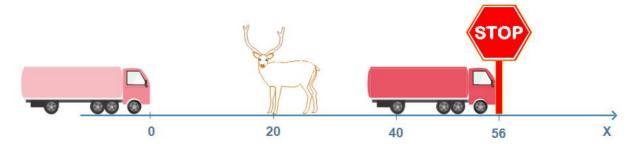
$$x_t = 0 + 30t - \frac{8t^2}{2}$$

C'est bien une parabole dont la concavité est tournée vers le bas puisque le coefficient de t² est négatif.



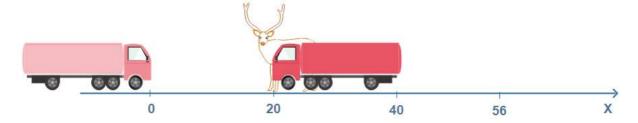
De fait, si tu lis cette parabole, tu vois que, dans les premières secondes, la position x du chauffeur augmente mais à un rythme de plus en plus faible. C'est logique, il avance encore, mais de moins en moins vite puisqu'il freine! A quel endroit a lieu la rencontre avec le caribou? Quand x=20m bien sûr! On peut donc tracer la droite rouge qui correspond à x=20. On voit que mathématiquement, la parabole correspond à x=20m en t=0,7s, il fallait donc bien choisir la première racine!

Oui, mais alors, à quoi correspond le reste du graphique ? Physiquement, l'énoncé s'arrête après 0,7s, le caribou est mort et le camion abimé! Point final! Mathématiquement, il y a un monde imaginaire après cet instant fatidique! A quoi correspond-il? L'équation mathématique n'a cure du caribou; dès lors, le camion (après collision avec le caribou qui n'existe pas) continue à freiner, jusqu'à ce qu'il n'ait plus de vitesse. Cet instant correspond au sommet de la parabole, après 3,75s, le camion s'arrête à la position x=56m.



Physiquement, le camion serait à l'arrêt, mais mathématiquement, les équations ne connaissent pas le camion, et la vitesse continue à décroitre à un rythme de -8m/s²; càd de -8m/s à chaque seconde de freinage. Et quoi, alors? La vitesse est déjà nulle, si elle diminue encore, elle deviendrait négative? Et oui! Et physiquement, cela correspondrait à un camion qui se déplace en contre-sens de l'axe de plus en plus vite, en valeur absolue, la vitesse augmenterait de +8m/s à chaque seconde du mouvement. Et, en effet, c'est bien ce que tu peux lire sur le graphe, après le sommet, la position x, diminue à un rythme de plus en plus élevé!

Dès lors, la position x du camion vaut une seconde fois 20m, et cela se produit après 6,8s; comme tu peux le voir sur le schéma suivant!



Ouch !!! Reprenons, cela veut donc dire que mathématiquement, le camion freine pour éviter le caribou mais ne l'évite pas, lui roule dessus, va s'arrêter 36m derrière la pauvre bête, puis, revient en sens inverse en accélérant (en allant de plus en plus vite) pour écraser une seconde fois la bestiole !!! Ça ressemble un peu à de l'acharnement, non? Oui, mais ceci n'est que pure fiction mathématique!

Bref! Si tu ne veux pas raconter n'importe quoi, tu as tout intérêt à comprendre les outils mathématiques que tu utilises!

6. Comment reconnaître un système de deux équations à deux inconnues caché dans un exercice de physique.

Sans entrer dans les détails, parce que, à ce stade, cela n'apporterait rien, tu seras amené à résoudre, en mécanique, ce genre de truc :

$$100 = 27.8.t + \frac{at^2}{2}$$
$$0 = 27.8 + at$$



Tu as 2 équations ! La première contient deux inconnues : a et t (t^2 , c'est la même inconnue, si tu connais t, tu connais t^2). La seconde contient aussi deux inconnues : a et t! Tu as donc deux équations qui contiennent toutes les deux, deux inconnues ! Il s'agit donc d'un système de 2 équations à 2 inconnues :

$$\begin{cases} 100 = 40.t + \frac{at^2}{2} \\ 0 = 40 + at \end{cases}$$

Si tu remarques que at^2 ce n'est rien d'autre que " $at \cdot t$ ", alors, c'est facile !

Tu choisis l'équation la plus simple et tu exprimes "at" en fonction du reste :

$$at = -40$$

Tu remplaces maintenant ce 'paquet' "at" dans l'équation la plus compliquée :

$$100 = 40.t + \frac{at^2}{2} \iff 100 = 40.t + \frac{at \cdot t}{2} \iff 100 = 40.t + \frac{-40 \cdot t}{2}$$

$$\iff 100 = 40.t - 20.t \iff 100 = 20.t \iff t = \frac{100}{20} = 5 \text{ s}$$

FINI!

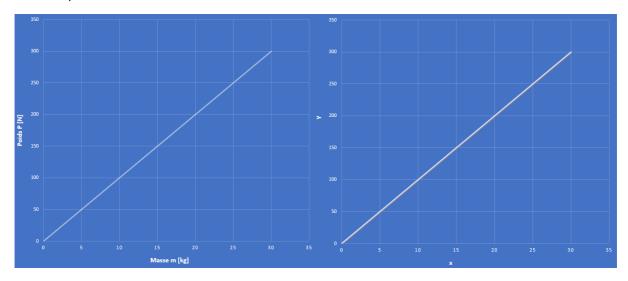
7. Comment interpréter un graphique expérimental à partir de la théorie du cours?

Là, je ne sais pas pourquoi, les élèves paniquent! Pourtant, ce n'est pas chinois! Mais, comme toujours, il faut passer beaucoup de temps une fois, pour comprendre définitivement et gagner beaucoup de temps toutes les autres fois!

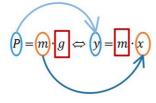
Alors, c'est parti! Petit rappel mathématique...

Quand deux variables sont directement proportionnelles, elles peuvent être représentées par une fonction linéaire, par exemple la relation P=mg me dit que le poids (P) est directement proportionnel à la masse (m). Le facteur de proportionnalité étant le facteur gravifique g=10 N/kg. Dès lors, si la masse double ; alors, le poids double aussi. On dira que P et g sont des valeurs directement proportionnelles.

Mathématiquement, on peut représenter cela par le 1^{er} graphique ci-dessous. Or, ce graphique n'est autre qu'une fonction linéaire caractérisée par l'équation du mathématicien : $y(x) = m \cdot x$ (graphique de droite).



Transposons:



La variable Poids du physicien est équivalente à la variable y du mathématicien,

La variable masse du physicien est équivalente à la variable x du mathématicien,

Et donc, la constante gravifique g du physicien est équivalente à la pente m du mathématicien.

Conclusion : la pente du graphique est en réalité le coefficient de proportionnalité qui est une CONSTANTE.

On peut donc écrire :

En physique :
$$\frac{\Delta P(N)}{\Delta m(kg)} = g\left(\frac{N}{kg}\right)$$
 En math :
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = m$$

La seule différence notable, est la présence d'unités dans le monde physique.

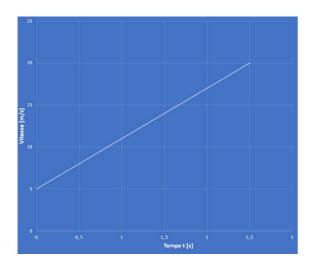
Prenons un autre cas de figure. En électricité, on peut dire que la puissance électrique P(Watt) est égale à la tension électrique U(Volt) multipliée par l'intensité du courant électrique I(Ampère). On a donc (les variables sont représentées en caractère gras) :

En physique :	En math :
P=U.I	y=m.x
$\frac{\Delta P(W)}{\Delta I(A)} = U(V)$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = m$

Le graphique de la puissance représentée en fonction de l'intensité du courant présente donc comme pente la tension électrique en Volt ou en Watt/Ampère.

Application: Si on utilise un appareil électroménager de forte puissance, il tirera un courant électrique de forte intensité. En effet, la source d'énergie c'est la tension d'alimentation qui vaut environ 220V dans nos habitations. Elle est constante, quel que soit l'appareil utilisé. Le Volt correspond à des Joules/Coulomb: une tension de 220V signifie que si on envoyait 1 Coulomb dans le circuit, il apporterait une énergie de 220J répartie sur l'ensemble du circuit. Dès lors, pour une grande puissance, on veut beaucoup de Watts, càd beaucoup de Joules/seconde, or, comme 1 C ne peut apporter que 220J, il faudra donc envoyer plus de charges; càd plus de C/s, càd plus d'Ampères! CQFD!

Voici encore un autre exemple : Ce graphique nous montre l'évolution de la vitesse au cours du temps. Quelle est son équation ? La droite ne passe pas par (0,0), il s'agit donc d'une fonction affine qui, en mathématique aurait pour équation : y=m.x+p. Ouais, sauf qu'on n'est pas en math, on est en physique... Transposons donc !



En math:

- y est la variable tracée sur l'axe des ordonnées
- x est la variable tracée sur l'axe des abscisses
- le coefficient de position est p, il correspond à la valeur que prend y quand x=0
- la pente est donnée par l'accroissement Δy/Δx
- L'équation mathématique est y=m.x+p

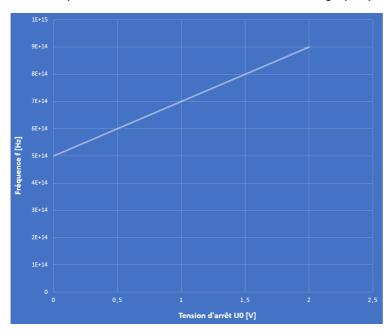
En physique :

- C'est donc la vitesse ${\bf v}$ qui jouera le rôle de la variable y
- C'est donc le temps **t** qui jouera le rôle de la variable x
- Le coefficient de position sera donc la valeur de la vitesse quand t=0, dit autrement, il s'agit de la vitesse initiale, notée v₀.
- La pente sera donc donnée par Δv/Δt, il s'agit de la notion de variation de vitesse au cours du temps, càd de l'accélération a.
- L'équation physique est donc donnée par : $v = a.t + v_0$

Ok, maintenant que vous avez compris, on peut passer aux choses sérieuses. En rhéto, on apprend la relation suivante qui caractérise l'effet photoélectrique (ou le fait qu'un photon arrache un électron) :

$$h.f = h.f_0 + E_k$$

Quel lien pouvez-vous faire entre cette relation et le graphique suivant?



1ère constatation, le graphique physique qui est donné correspond à une fonction affine. On a donc :

En math:

- la pente est donnée par l'accroissement Δy/Δx
- L'équation mathématique est y=m.x+p

En physique:

- La pente est donnée par Δf/ΔU₀ en [Hz/V]
- L'équation physique est donnée par :

$$f = \frac{\Delta f}{\Delta U_0} \cdot U_0 + f_0$$

$$\Leftrightarrow f = \frac{2 \cdot 10^{14}}{1} \cdot U_0 + 5 \cdot 10^{14}$$

On peut donc facilement trouver l'équation physique expérimentale : $f = 2.10^{14}$. $U_0 + 5.10^{14}$

Cette équation doit être comparée à la théorie : $h.f = h.f_0 + E_k$

Que peut-on dire ? L'équation physique expérimentale donne f, alors que l'équation théorique donne h.f ; il faut donc diviser cette dernière par la constante de Planck (h). On obtient :

$$f = f_0 + \frac{E_k}{h}$$

Or, l'équation expérimentale contient U_0 , tandis que l'équation théorique contient E_k . Mais les élèves de Rhéto savent que $E_k = q$. U_0 et donc :

$$f = f_0 + \frac{q}{h}.U_0$$

La comparaison est alors facile :

$$f = 2.10^{14} U_0 + 5.10^{14}$$

$$f = f_0 + \frac{q}{h} U_0$$

En bleu, le facteur qui multiplie la variable tension d'arrêt U₀.

En vert le coefficient de position, càd le facteur indépendant des deux variables f et U₀.

On en déduit que la fréquence seuil vaut $f_0=5.10^{14}$ [Hz] et que la constante $\frac{q}{h}$ vaut quant à elle 2.10^{14} (Hz/V) ou (C/Js), mais cette histoire d'unités, seuls les élèves ayant suivi le cours sur l'effet photoélectrique peuvent le dire. En effet :

$$\begin{cases} Hz = \frac{1}{s} \\ V = \frac{J}{C} \end{cases} \iff \frac{Hz}{V} = \frac{\frac{1}{s}}{\frac{J}{C}} = \frac{C}{s.J}$$

On pourrait encore ajouter une dernière chose avec l'outil graphique en physique : les dérivées et les intégrales !

En cinématique, on trace tout le temps les graphiques de la position au cours du temps, de la vitesse au cours du temps et éventuellement celui de l'accélération.

Dans un MRUA, les équations sont les suivantes :

$$x(t) = x(0) + v(0) \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Tu reconnais l'équation d'une parabole : $y(x) = ax^2 + bx + c$, et tu es maintenant capable d'établir les correspondances suivantes :

- La variable y du mathématicien devient la position x du physicien.
- La variable x du mathématicien devient le temps t du physicien.
- Le coefficient a du mathématicien devient le rapport $\frac{a}{2}$ du physicien.
- Le coefficient b du mathématicien devient la vitesse au temps initial, v(0), du physicien.
- Le coefficient c du mathématicien devient la position occupée au temps initial, x(0), du physicien.

Si tu sais déjà dériver, en dérivant l'équation de la parabole en math, tu obtiens :

$$v'(x) = 2ax + b + 0$$

C'est l'équation d'une droite, qui est croissante, si le coefficient "a" est positif. Le coefficient "a" étant le coefficient de position de la droite.

En physique, sachant que x(0) et v(0) sont des constantes (valeurs à l'instant t=0), tu peux aussi dériver l'équation x(t) par rapport à t.

Tu obtiens:

$$x'(t) = 0 + v(0) + \frac{a \cdot 2t}{2} = v(0) + a \cdot t$$

Et, oh surprise, tu retrouves l'équation de la droite qui caractérise la vitesse d'un MRUA! C'est logique puisque, par définition, la variation de la position au cours du temps représente la vitesse et que, ton prof de math t'a certainement expliqué que la notion de **dérivée**, c'est la notion de **pente de la tangente en un point du graphe**. Il t'a en effet appris ceci :

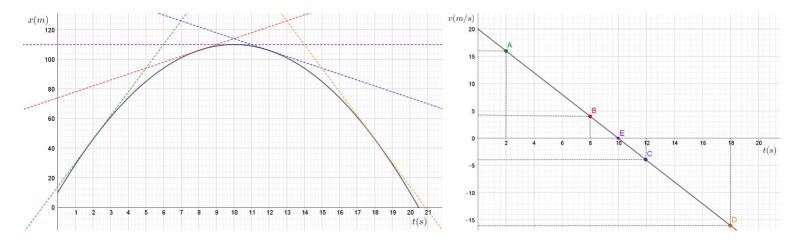
$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

Si tu transposes à la physique :

$$x'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

et tu comprends qu'il s'agit bien de la pente de la tangente du graphique x(t) en un point!

Tu dois pouvoir « lire » ces notions sur un graphique. Regarde la courbe x(t) ci-dessous :



J'ai tracé la tangente en 5 points :

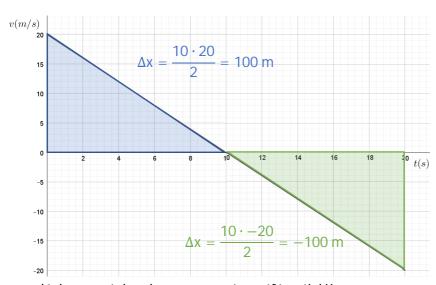
- En t=2s, la pente de cette tangente vaut $16 \, m/s$, elle correspond au point A sur le graphique de la vitesse.
- En t = 8s, la pente de cette tangente vaut $4 \, m/s$, elle correspond au point B sur le graphique de la vitesse.
- En t = 10s, la pente de cette tangente vaut $0 \, m/s$, elle correspond au point C sur le graphique de la vitesse.
- En t = 12s, la pente de cette tangente vaut -4 m/s, elle correspond au point D sur le graphique de la vitesse.
- En t = 18s, la pente de cette tangente vaut -16 m/s, elle correspond au point E sur le graphique de la vitesse.

Même sans calculer les pentes, mais simplement en les traçant, tu peux voir que la pente est d'abord positive, mais de moins en moins forte, nulle au sommet, puis qu'elle devient négative, et de plus en plus forte. Nous sommes donc en train de caractériser l'évolution de la vitesse (graphique de droite) qui démarre dans les valeurs positives (à 20m/s, qui correspond à la pente de la tangente au graphique x(t) en t=0) et qui est décroissante.

On passe donc du graphique x(t) à celui de v(t) en observant la pente de x(t), càd sa dérivée.

De façon similaire, si tu observes la pente du graphique v(t) (c'est plus simple, puisqu'elle est constante), tu trouveras $-2m/s^2$ qui est la valeur de la décélération ("a")!

J'ai encore un dernier truc à te montrer ! Si tu observes le graphique v(t) et que tu calcules l'aire sous le graphe, tu réalises une intégrale ! Tu remontes alors quasiment au graphique x(t). Je dis quasiment parce que, comme tu le sais peut-être déjà, on intègre toujours à une constante près, et de ce fait, ce n'est pas "x" mais bien " Δ x" qui est obtenu! Regarde !



déplacement dans le sens opposé au référentiel X.

Tu peux vérifier sur le graphe x(t) ci-dessus! Au cours des 10 premières secondes de mouvement, l'objet passe de x = 10 à x = 110m, il effectue donc un déplacement $\Delta x = +100$ m; càd un déplacement dans le sens du référentiel X.

Au cours des 10 dernières secondes de mouvement, l'objet passe de x = 110 à x = 10m, il effectue donc un déplacement $\Delta x = -100$ m; càd un

Et l'intégrale, dans tout ça?

L'équation de la droite de la vitesse est la suivante : v(t) = 20-2t, intégrons-la!

$$\int v(t) dt = \int (20 - 2t) dt = 20t - 2\frac{t^2}{2} = 20t - t^2$$

Ce qui correspond bien à l'équation de x(t) à une constante près : on ne connait pas la valeur x(0)! On ne trouve donc pas x(t) en intégrant la vitesse (càd en prenant l'aire sous la courbe v(t)), mais bien Δx .

$$\int v(t)dt = \Delta x$$

En réalité, l'équation de la courbe de la position est la suivante :

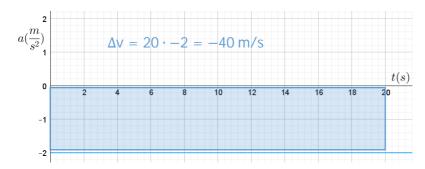
$$x(t) = 10 + 20t - t^2$$

En comparant avec la relation théorique, $x(t) = x(0) + v(0) \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$, on retrouve les correspondances suivantes :

- x(0) est le terme indépendant, on a donc : x(0) = 10 m
- v(0) est le coefficient de "t", on a donc : v(0) = 20 m/s
- " $\frac{a}{2}$ " est le coefficient de "t2", on a donc : $\frac{a}{2} = -1 \implies a = -2 \text{ m/s}^2$

En intégrant (ou en prenant l'aire sous v(t)), on peut donc juste dire que, durant les 20 premières secondes du mouvement l'objet étudié a un déplacement globalement nul (100m dans un sens puis 100m dans le sens opposé). Par contre, on ne sait pas si on passe de x(0) = 10 à x(20) = 10, ou de x(0) = 40 à x(20) = 40. On intègre à une constante près, la valeur de x(0) qui reste inconnue!

Il nous reste à observer le graphique de l'accélération qui est constante et de valeur -2 m/s².



Menons un raisonnement similaire à celui de l'intégrale de la vitesse et intégrons l'accélération.

L'équation de la droite de l'accélération est la suivante : a(t) = -2.

$$\int a(t) dt = \int -2 dt = -2t$$

Ce qui correspond bien à l'équation de v(t) à une constante près : on ne connait pas la valeur v(0)! En réalité, l'équation de la courbe de la vitesse est la suivante :

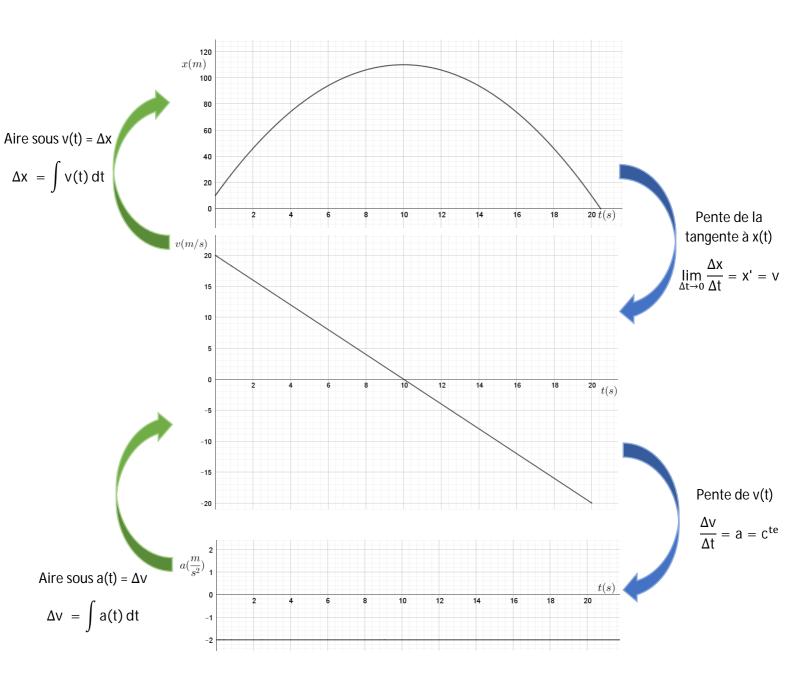
$$v(t) = 20 - 2t$$

En comparant avec la relation théorique, $v(t) = v(0) + a \cdot t$, on retrouve les correspondances suivantes :

- v(0) est le terme indépendant, on a donc : v(0) = 20 m/s
- a est le coefficient de "t", on a donc : $a = -2 \text{ m/s}^2$

En intégrant (ou en prenant l'aire sous a(t)), on peut donc juste dire que, durant les 20 premières secondes du mouvement l'objet étudié a vu sa vitesse diminuer de -40 m/s. Par contre, on ne sait pas si on passe de v(0) = 20 à v(20) = -20, ou de v(0) = 40 à v(20) = 0. On intègre à une constante près, la valeur de v(0) qui reste inconnue !

On peut donc résumer ces « trucs » de la façon suivante :



Tu es toujours là ? Tu as tout compris ? Magnifique, te voilà paré du minimum acceptable pour commencer à faire de la physique ! Bienvenu(e) à bord !